

TUGAS AKHIR -TE 141599

**DESAIN KONTROL *LINEAR QUADRATIC TRACKING*
UNTUK LEPAS LANDAS DAN PENDARATAN
VERTIKAL PADA PESAWAT TANPA AWAK *COAXIAL*
*TRIOTOR***

Cut Maulidia Nanda
NRP 07111440007003

Dosen Pembimbing
Ir. Rushdianto Effendi AK, M.T.
Nurlita Gamayanti, S.T., M.T.

DEPARTEMEN TEKNIK ELEKTRO
Fakultas Teknologi Elektro
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018



ITS
Institut
Teknologi
Sepuluh Nopember

TUGAS AKHIR -TE 141599

**DESAIN KONTROL *LINEAR QUADRATIC TRACKING*
UNTUK LEPAS LANDAS DAN PENDARATAN
VERTIKAL PADA PESAWAT TANPA AWAK *COAXIAL*
*TRIOTOR***

Cut Maulidia Nanda
NRP 07111440007003

Dosen Pembimbing
Ir. Rushdianto Effendi AK, M.T.
Nurlita Gamayanti, S.T., M.T.

DEPARTEMEN TEKNIK ELEKTRO
Fakultas Teknologi Elektro
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018

Halaman ini sengaja dikosongkan



FINAL PROJECT -TE 141599

***LINEAR QUADRATIC TRACKING DESIGN FOR
VERTICAL TAKE-OFF LANDING OF COAXIAL
TRIOTOR UNMANNED AERIAL VEHICLE***

Cut Maulidia Nanda
NRP 07111440007003

Supervisor
Ir. Rushdianto Effendi AK, M.T.
Nurlita Gamayanti, S.T., M.T.

***ELECTRICAL ENGINEERING DEPARTMENT
Faculty of Electrical Technology
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2018***

Halaman ini sengaja dikosongkan

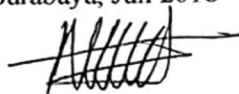
PERNYATAAN KEASLIAN TUGAS AKHIR

Dengan ini saya menyatakan bahwa isi sebagian maupun keseluruhan Tugas Akhir saya dengan judul “**Desain Kontrol Linear Quadratic Tracking untuk Pendaratan dan Lepas Landas Vertikal pada Pesawat Tanpa Awak Coaxial Trirotor**” adalah benar-benar hasil karya intelektual mandiri, diselesaikan tanpa menggunakan bahan-bahan yang tidak diijinkan dan bukan merupakan karya pihak lain yang saya akui sebagai karya mandiri.

Semua referensi yang dikutip maupun dirujuk telah ditulis secara lengkap pada daftar pustaka.

Apabila ternyata pernyataan ini tidak benar, saya bersedia menerima sanksi peraturan yang berlaku.

Surabaya, Juli 2018



Cut Maulidia Nanda
NRP 07111440007003

Halaman ini sengaja dikosongkan

**DESAIN KONTROL *LINEAR QUADRATIC TRACKING* UNTUK LEPAS LANDAS DAN
PENDARATAN VERTIKAL PADA PESAWAT
TANPA AWAK *COAXIAL TRIOTOR***

TUGAS AKHIR

**Diajukan Guna Memenuhi Sebagian Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Teknik
Pada**

**Bidang Studi Teknik Sistem Pengaturan
Departemen Teknik Elektro
Fakultas Teknologi Elektro
Institut Teknologi Sepuluh Nopember**

Menyetujui :

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II

Ir. Rushdianto Effendi AK., MT.

NIP : 195704241985021001

Nurlita Gamayanti, ST., MT.

NIP : 197812012002122002



Halaman ini sengaja dikosongkan

DESAIN KONTROL *LINEAR QUADRATIC TRACKING* UNTUK LEPAS LANDAS DAN PENDARATAN VERTIKAL PADA PESAWAT TANPA AWAK *COAXIAL TRIROTOR*

Nama : Cut Maulidia Nanda

Dosen : 1. Ir. Rusdhianto Effendi AK, MT.
2. Nurlita Gamayanti, ST., MT.

ABSTRAK

UAV *Tricopter* juga disebut helikopter Tri-rotor atau *Tricopter* merupakan sebuah *multicopter* yang diangkat dan didorong oleh tiga rotor atau 6 rotor dengan membentuk tiga sumbu. UAV *Tricopter* diklasifikasikan pesawat rotor yang bertentangan dengan pesawat sayap tetap karena digerakkan oleh satu set *propeller*. *Trirotor* banyak digunakan dalam berbagai tujuan, maka kestabilan *Trirotor* sangat penting dan dimiliki untuk penggunaan *Trirotor* secara maksimal. Oleh sebab itu, masalah pertama pada *Trirotor* yaitu kestabilan sudut *roll*, *pitch* dan *yaw* pada saat terbang dan permasalahan kedua adalah *tracking Trirotor* mengikuti sinyal referensi untuk lepas landas dan pendaratan vertikal. Pada Tugas Akhir ini digunakan *Linear Quadratic Tracking* (LQT) untuk merepresentasikan nonlinearitas sistem serta struktur *tracking* dari *Trirotor*. Metode optimal secara umum ditujukan untuk memilih *input plant u* dengan indeks performansi yang minimum. Hasil pengujian kontroler menunjukkan bahwa sistem hasil desain dapat mengatur gerak *Trirotor* sesuai dengan lintasan untuk lepas landas dan pendaratan vertikal dengan RMSE sangat kecil sekitar 0,0000267042 dengan penyimpangan sebesar 0,001m.

Kata Kunci: *Trirotor, Tracking, Linear Quadratic Optimal*, Lepas Landas Vertikal, Pendaratan Vertikal.

Halaman ini sengaja dikosongkan

**LINEAR QUADRATIC TRACKING (LQT) DESIGN FOR
VERTICAL TAKE-OFF LANDING OF COAXIAL TRIROTOR
UNMANNED AERIAL VEHICLE (UAV)**

Name : Cut Maulidia Nanda

Supervisor : 1. Ir. Rusdhianto Effendi AK, MT.
2. Nurlita Gamayanti, ST., MT.

ABSTRACT

UAV-Tricopter or known as Trirotor or Tricoper is one of Unmanned Aerial Vehicle type of multicopter that lifted by three or six rotors which formed in three corners. UAV Tricopter is classified as rotary wing aircraft contrary to fixed wing aircraft as it is driven by a set of propellers. In the use of Trirotor used for various purposes, the stability of the Trirotor to get to the reference point is very important and must be owned Trirotor for maximum utilization. Therefore, the first problem of Trirotor is the stability of the roll, pitch and yaw angles during flight and the second problem is the Trirotor tracking following the reference signal for Vertical Take-off and Landing (VTOL). In this Final Project used Linear Quadratic Tracking to represent nonlinearitas system from Trirotor. Tracking structure use optimal method. The optimum method is generally intended to select the plant input u with a minimum performance index. The result of the controller test shows that the system of design results can adjust the Trirotor for Vertical Take-off and Landing motion according to its path. The value of RMSE on VTOL is 0.0000267042 and deviation from the reference is 0.001 m.

Keywords:, Trirotor, Tracking, Linear Quadratic Optimal, Vertical Take-Off and Landing.

Halaman ini sengaja dikosongkan

KATA PENGANTAR

Segala Puji Syukur ke Hadirat Allah SWT yang senantiasa memberikan ridha dan inayah Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Shalawat serta Salaam ke atas junjungan kita Nabi Muhammad SAW serta para sahabat tabi' tabi'in, dengan ilmu pengetahuan yang telah diberikan sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul “**Desain Kontrol *Linear Quadratic Tracking* untuk Pendaratan dan Lepas Landas Vertikal pada Pesawat Tanpa Awak *Coaxial Trirotor***”.

Banyak pihak telah berperan dalam membantu selama proses studi maupun penelitian ini. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Keluarga serta orang tua penulis yang telah memberi dukungan waktu, pembelajaran dan doa kepada penulis.
2. Kepada teman-teman Depag angkatan 14, teman-teman Aceh 2014 seperantauan atas segala bantuan dan dukungan selama proses studi.
3. Kepada Mba Iim, Mba Farida, Mas Khoiron, Mas Nindya, Mas Angga yang telah membantu proses penelitian pada Tugas Akhir ini.
4. Kepada Eky, Nardi, Alif, Qumi serta teman-teman Sistem Pengaturan 2014 Reguler maupun Lintas Jalur.
5. Kepada seluruh anggota Lab AJ 104, B106, B105, serta A204 yang telah mendukung serta kerja samanya dalam proses studi maupun penelitian.
6. Kepada semua pihak, rekan, teman, para guru yang telah membantu penulis selama proses studi.

Penulis berharap Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi pembaca pada umumnya dan rekan-rekan mahasiswa Jurusan Teknik Elektro ITS pada khususnya. Saran dan kritik membangun selalu penulis harapkan untuk kelengkapan pengetahuan penulis terkait Tugas Akhir ini.

Surabaya, Juni 2017

Penulis

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	ii
LEMBAR PENGESAHAN.....	Error! Bookmark not defined.
ABSTRAK	x
<i>ABSTRACT</i>	xii
KATA PENGANTAR.....	xiv
DAFTAR ISI	xvi
DAFTAR GAMBAR.....	xviii
DAFTAR TABEL	xx
BAB 1	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Permasalahan	1
1.3 Batasan Masalah	2
1.4 Tujuan	2
1.5 Metodologi	2
1.6 Sistematika Penulisan	3
1.7 Relevansi.....	4
BAB 2	5
2.1 UAV- <i>Tricopter</i>	5
2.2 Konsep Dasar Gerak <i>Trirotor</i>	6
2.3 Model Matematika	10
2.4 Parameter <i>Coaxial Trirotor</i>	12
2.5 Linearisasi	13
2.6 <i>Linear Quadratic Tracking</i> (LQT)	15
2.7 <i>Root Mean Square Error</i> (RMSE)	18
BAB 3	19
3.1 Model Dinamika <i>Trirotor</i>	19
3.2 Perancangan Kontroler.....	21
3.2.1 Perancangan Kontroler <i>State Feedback</i>	22
3.2.2 <i>Tracking Trirotor</i>	25
3.3 Tuning Matrix Pembobot Q, R dan Indeks Performansi	32
BAB 4.....	33
4.1 Stabilisasi <i>Trirotor</i>	33
4.2 Pengujian <i>Tracking</i> Sumbu X dan Y	36
4.3 <i>Tracking</i> Sumbu Z	38
4.3.1 Pengujian Lepas Landas Sumbu Z	38
4.3.2 Pengujian Pendaratan Vertikal Sumbu Z	40
4.4 Pengujian Respon Sistem untuk Gerak Rotasi tanpa Gangguan	41

4.5 Pengujian VTOL dengan Gangguan	43
4.5.1 Gangguan Terhadap <i>Plant</i>	43
4.5.2 Gangguan Terhadap Pengukuran.....	45
BAB 5	48
DAFTAR PUSTAKA	51
LAMPIRAN A.....	53
A.1 Persamaan Sistem	53
A.2 Dinamika <i>Trirotor</i>	55
A.3 Linierisasi Coaxial <i>Trirotor</i>	56
B.1 Program Kontrol Stabilisasi <i>Trirotor</i>	59
B.2 Program Kontrol <i>Tracking</i> X, Y dan VTOL <i>Trirotor</i>	60
B.3 Blok Diagram <i>Simulink</i>	62
BIOGRAFI PENULIS	65

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Jenis <i>Tricopter</i>	6
Gambar 2. 2 Konfigurasi <i>Coaxial Trirotor</i> UAV	7
Gambar 2. 3 <i>Altitude</i> Kontrol	8
Gambar 2. 4 <i>Roll & Pitch</i> Kontrol	9
Gambar 2. 5 <i>Yaw</i> Kontrol	10
Gambar 2. 6 Blok Diagram LQT	17
Gambar 3. 1 Blok <i>Simulink</i> Rotasi dan Translasi	20
Gambar 3. 2 Perancangan Blok Kontroler	22
Gambar 3. 3 Kontrol Sudut <i>Roll</i>	22
Gambar 3. 4 Kontrol Sudut <i>Pitch</i>	22
Gambar 3. 5 Kontrol Sudut <i>Yaw</i>	23
Gambar 3. 6 Perancangan Kontroler <i>State Feedback</i>	25
Gambar 3. 7 Blok Diagram Kontrol <i>Tracking</i>	25
Gambar 3. 8 Blok <i>Simulink</i> Linearisasi Sumbu X,Y dan Z	31
Gambar 3. 9 Sinyal Referensi Lepas Landas Vertikal	31
Gambar 3. 10 Sinyal Referensi Pendaratan Vertikal	32
Gambar 4. 1 Sudut <i>Roll</i> dengan Sinyal Uji <i>Step</i>	34
Gambar 4. 2 Sudut <i>Pitch</i> dengan Sinyal Uji <i>Step</i>	34
Gambar 4. 3 Sudut <i>Yaw</i> dengan Sinyal Uji <i>Step</i>	34
Gambar 4. 4 Respon <i>Roll</i> terhadap <i>Initial Condition</i> yang Berbeda	35
Gambar 4. 5 Respon <i>Pitch</i> terhadap <i>Initial Condition</i> yang Berbeda ..	35
Gambar 4. 6 Respon <i>Yaw</i> terhadap <i>Initial Condition</i> yang Berbeda	36
Gambar 4. 7 <i>Tracking</i> Sumbu X dan Y	37
Gambar 4. 8 Sudut <i>Roll</i> dan Sudut <i>Pitch</i>	37
Gambar 4. 9 Respon <i>Open Loop</i> Sumbu-Z	39
Gambar 4. 10 Lepas Landas dengan Variasi Nilai R	39
Gambar 4. 11 Lepas Landas Vertikal dengan Nilai R terkecil	40
Gambar 4. 12 Pendaratan Vertikal	41
Gambar 4. 13 Sudut <i>Roll</i> Tanpa Gangguan	42
Gambar 4. 14 Sudut <i>Pitch</i> Tanpa Gangguan	42
Gambar 4. 15 Sudut <i>Roll</i> dan Sudut <i>Pitch</i> dengan Gangguan	43
Gambar 4. 16 Sumbu X dengan Gangguan	44
Gambar 4. 17 Sumbu Y dengan Gangguan	45
Gambar 4. 18 <i>Noise Random</i> dengan <i>Sampling</i> 0.1	46
Gambar 4. 19 Lepas Landas dengan <i>Noise Random</i>	46
Gambar 4. 20 Pendaratan Vertikal dengan <i>Noise Random</i>	47

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Parameter Coaxial <i>Trirotor</i>	12
--	----

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Trirotor merupakan salah satu jenis pesawat tanpa awak yang biasa diistilahkan dengan *Unmanned Aerial Vehicle* (UAV) dengan 6 atau 3 *propeller* membentuk 3 sudut. Biasanya digunakan untuk operasi penyelamatan, pengamatan atau pengenalan objek, di mana setiap sudut terdiri dari satu *propeller* dengan berlawanan arah jarum jam atau terdiri dari dua *propeller* dengan satu *propeller* berlawanan arah jarum jam dan *propeller* satunya searah jarum jam. Hal tersebut digunakan agar *Trirotor* memiliki keseimbangan yang baik pada saat terbang.

Pada *Trirotor* jenis *Coaxial*, terdapat dua rotor yang berotasi pada setiap sumbunya. Selama rotor berotasi pada satu sumbu, maka kemungkinan dapat membatalkan momen *yaw* pada sumbu yang lain. Ini memberikan efek kestabilan yang lebih baik terhadap sistem. Selain itu, rotor yang terdiri dari rotor atas dan rotor bawah dengan arah yang berlawanan, menyebabkan *Coaxial Trirotor* tidak membutuhkan *device* lebih seperti motor *servo* dan sebagainya serta dengan jarak dari pusat massa gravitasi ke masing-masing rotor sama.

Berdasarkan dari beberapa *paper* yang digunakan sebagai acuan dalam tugas akhir ini, banyak penelitian yang dilakukan mengenai *Trirotor*, diantaranya adalah penelitian tentang kestabilan *Trirotor*, *take-off* dan *landing*, *maneuver*, kokoh terhadap gangguan dari luar, *tracking waypoint* dan *path following*. *Trirotor* merupakan sebuah sistem *nonlinear*. Penggunaan metode *nonlinier backstepping* lebih bisa mendekati karakteristik *nonlinear*, namun langkah untuk perhitungan lebih rumit.

Penelitian dan desain kontroler yang telah dilakukan untuk mengatasi permasalahan lepas landas vertikal sampai sekarang ini sudah cukup baik, tetapi proses lepas landas yang dilakukan belum terlalu mulus. Diharapkan dengan metode sistem pengaturan optimal *Linear Quadratic Tracking* (LQT) dapat memberikan hasil yang lebih mulus dari metode-metode yang sebelumnya.

1.2 Permasalahan

UAV *Trirotor* memiliki 6 *Degree of Freedom* (derajat kebebasan) yang merupakan sistem *nonlinear* kompleks. Nilai sinyal kontroler LQT

yang dirancang untuk mengatur ketinggian dan mengikuti sinyal referensi saat *Trirotor* lepas landas dan pendaratan vertikal. Penelitian tentang perancangan kontroler LQT untuk mengatur pendaratan vertikal dan lepas landas secara mulus dilakukan agar mampu meningkatkan performa kerja *Trirotor*.

1.3 Batasan Masalah

Secara realita, masalah yang ada dalam kontrol gerak *Trirotor* sangat banyak. Untuk itu diperlukan batasan untuk mencari solusi yang tepat pada masalah yang akan dibahas. Batasan yang ditetapkan antara lain:

1. Pembahasan akan difokuskan pada pendaratan dan lepas landas vertikal *Trirotor*.
2. Ketinggian adalah variabel utama yang diatur.
3. Kontroler yang digunakan adalah *Linear Quadratic Tracking (LQT)* untuk VTOL dan *state feedback* untuk kestabilan sudut *pitch*, *roll* dan *yaw*.

1.4 Tujuan

Tujuan dari tugas akhir ini adalah dapat mendesain kontroler dengan metode *Linear Quadratic Tracking Control System* untuk memberikan respon yang tepat pada tiap rotor dari UAV agar proses pendaratan dan lepas landas vertikal yang dilakukan stabil dan mulus.

1.5 Metodologi

Metodologi yang akan diterapkan untuk penelitian tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Studi Literatur
Studi literatur meliputi studi permodelan, implementasi dan pengaturan *Trirotor*, metode *Linear Quadratic Tracking Control System* (LQT) dan metode-metode penunjang lainnya.
2. Pemodelan Sistem
Pemodelan *Trirotor* diperoleh dari pemodelan fisis analisis kinematik dan dinamika sistem baik yang tertera pada *paper* maupun referensi penunjang lainnya.
3. Perancangan Kontroler

Setelah mendapatkan pemodelan sistem , maka akan dirancang kontroler Linear Quadratic Tracking untuk mendapatkan hasil yang diinginkan pada *Trirotor*.

4. Pengujian dan Analisa

Setelah perancangan kontroler, maka akan dilakukan pengujian pada sistem dan analisa hasil. Hal tersebut dilakukan melalui simulasi yang dilakukan pada *Software* Matlab.

5. Kesimpulan

Kesimpulan didapatkan berdasarkan pengujian, analisis data dan referensi terkait. Pada hal ini menunjukkan hasil penelitian yang telah dilakukan berdasarkan rumusan masalah.

6. Penyusunan Buku Tugas Akhir

Pada tahap ini akan dilakukan penyusunan laporan terkait hasil proses Tugas Akhir yang telah dilakukan selama proses penelitian. Penyusunan buku tugas akhir dilakukan sebagai bentuk laporan tertulis.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang diterapkan pada buku tugas akhir ini terbagi menjadi lima bab, yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pada bab pendahuluan membahas latar belakang, permasalahan, batasan masalah, tujuan, sistematika penulisan, dan relevansi.

BAB II DASAR TEORI

Menjelaskan tentang tinjauan pustaka, konsep dasar dari *Trirotor*, teknik linearisasi, kontroler *state-feedback*, metode kontrol optimal *Linear Quadratic Tracking* (LQT) yang merupakan acuan atau landasan untuk dapat melaksanakan penelitian ini.

BAB III PERANCANGAN SISTEM

Bab ini membahas perancangan kontroler untuk stabilisasi sudut *roll*, *pitch* dan *yaw* serta perancangan kontroler *Linear Quadratic Tracking* (LQT) untuk *tracking* sumbu X, Y serta pendaratan dan lepas landas vertikal *Trirotor*.

BAB IV PENGUJIAN DAN ANALISIS

Bab ini berisi hasil simulasi dengan menggunakan metode kontrol yang diterapkan dan analisa terhadap

respon yang dihasilkan secara simulasi maupun implementasi.

BAB V PENUTUP

Kesimpulan dari seluruh pengerjaan tugas akhir dan saran untuk perbaikan dan pengembangan selanjutnya disajikan pada bab penutup.

1.7 Relevansi

Hal-hal yang dihasilkan dari tugas akhir ini diharapkan dapat menjadi referensi atau acuan untuk pengembangan UAV-*Trirotor*, dan dijadikan pembanding untuk beberapa metode yang diterapkan nantinya.

BAB 2

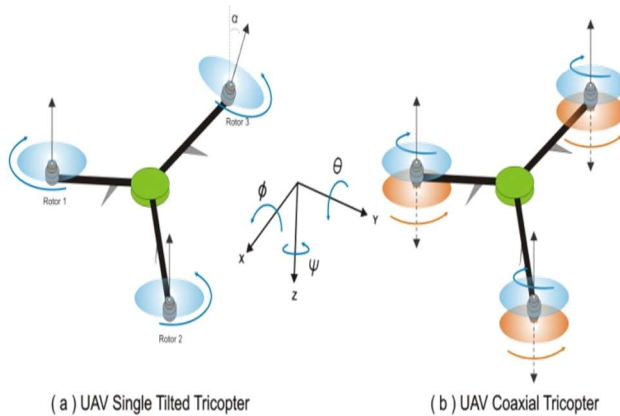
TEORI PENUNJANG

2.1 UAV- *Tricopter* [1]

UAV *Tricopter* juga disebut helikopter *Trirotor* atau *Tricopter* merupakan sebuah *multicopter* yang diangkat dan didorong oleh tiga rotor atau 6 rotor dengan membentuk tiga sumbu. UAV *Tricopter* diklasifikasikan pesawat rotor yang bertentangan dengan pesawat sayap tetap karena digerakkan oleh satu set *propeller*.

Perkembangan *Quadcopter* maupun *Tricopter* memberikan kontribusi baru dalam dunia penerbangan serta permasalahan yang terus menerus harus diteliti. Pesawat tanpa awak muncul pada abad ke 20 sekitar tahun 1920 dan 1930-an. UAV pertama yang berhasil melakukan VTOL adalah *Quadcopter*, namun masih memiliki kinerja yang buruk serta beban yang terlalu banyak karena stabilitas yang kurang baik serta kontrol terbatas. UAV ini menggunakan sistem kontrol dan sensor elektronik agar dapat menstabilkan pesawat. Dengan ukurannya yang kecil serta lincah bermanuver, UAV *Tricopter* maupun *Quadcopter* dapat diterbangkan dalam ruangan maupun diluar ruangan. *Quadcopter* sudah banyak dilakukan penelitian serta berbagai jenis merk serta ukuran dan bentuk, namun untuk pengembangan UAV yang berbeda serta bisa melakukan gerakan yang belum bisa dilakukan *Quadcopter*, maka diperlukan *Tricopter*. *Tricopter* dapat dikembangkan lebih lanjut dan digabungkan dengan pesawat tipe *fixed wing* agar bisa menjadi UAV yang komplit dengan kerja masing-masing. *Fixed wings* digunakan untuk *manuver* serta *Tricopter* merupakan penggerak atau mesin dari pada UAV sendiri.

UAV mengalami masalah pada momen *yaw* akibat reaksi torsi dari rotor yang tidak berpasangan. Untuk mengatasi masalah ini, beberapa jenis *Tricopter* dikembangkan seperti pada Gambar 2.1. Pertama, jenis *Single Tilted Tricopter* seperti penelitian yang telah dilakukan di *Compiègne UTC*. Jenis *Tricopter* ini memiliki 3 rotor yang membentuk 3 sumbu. Pada jenis ini, motor servo dipasang pada salah satu sumbu rotor yang akan miring dengan sudut tertentu untuk dapat membatalkan momen *yaw*. Jenis ini memiliki keuntungan saat berbelok karena sumbu rotor dapat miring dengan cepat. Jenis lain dari UAV ini disebut *Coaxial Tricopter* yang memiliki dua rotor tiap sumbu. Pada *Trirotor* jenis *Coaxial Trirotor*, terdapat dua rotor yang berotasi pada setiap sumbunya. Jenis ini memiliki performa yang lebih baik dari jenis *Single Tilt Trirotor*.



Gambar 2. 1 Jenis *Trirotor* (a) *Single Tilted Trirotor*, (b) *Coaxial Trirotor*

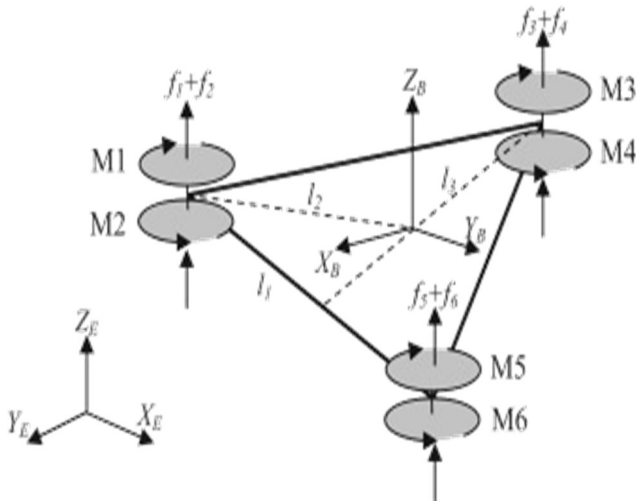
2.2 Konsep Dasar Gerak *Trirotor* [2]

Trirotor merupakan jenis UAV dengan proses lepas landas dan pendaratan vertikal di mana fitur ini memungkinkan UAV untuk pendaratan pada lahan yang sempit. Namun, fitur pendaratan vertikal pada *Trirotor* menyebabkan terjadinya turbulensi yang berasal dari angin hasil perputaran baling-baling *Trirotor*. Angin tersebut terpantul pada permukaan landasan dan kembali menuju baling-baling yang menyebabkan daya tekan kebawah pada *Trirotor*. Sesaat sebelum pendaratan di mana turbulensi yang dihasilkan masih besar, rotor harus berputar lebih cepat untuk menghasilkan daya angkat yang lebih besar dari daya tekan kebawah yang dihasilkan oleh turbulensi. Sebaliknya, bila kecepatan rotor tetap besar pada saat daya tekan kebawah dari turbulensi mengecil, maka *Trirotor* terangkat dengan sangat cepat.

Pada *Trirotor* jenis *Coaxial Trirotor*, terdapat dua rotor yang berotasi pada setiap sumbunya. Selama rotor berotasi pada satu sumbu, maka kemungkinan dapat membatalkan momen *yaw* pada sumbu yang lain. Ini memberikan efek kestabilan yang lebih baik terhadap sistem. Selain itu, rotor yang terdiri dari rotor atas dan rotor bawah dengan arah yang berlawanan, menyebabkan *Coaxial Trirotor* tidak membutuhkan

device lebih seperti motor servo dan sebagainya serta dapat membatalkan momen *yaw*. Jarak dari pusat massa gravitasi ke masing-masing rotor sama.

Permasalahan kontrol pada ketinggian dapat ditambahkan dengan menambahkan kecepatan keenam rotor pada waktu yang sama. Untuk mendapatkan kontrol *yaw*, perbedaan kecepatan rotor atas dan bawah dibutuhkan reaksi torsi yang dapat membangkitkan momen *yaw*. Apabila momen *yaw* sudah terkontrol, maka gerakan *roll* dan *pitch* dapat di kontrol dengan bertambahnya rotor atas dan bawah pada bagian ekor. Gambar 2.2 merupakan struktur dari *Coaxial Trirotor*, terdapat 6 rotor yang ditandai dengan M1 sampai M6. M3-M4 adalah rotor-rotor yang berada di bagian depan pesawat, sedangkan M1-M2 dan M5-M6 adalah rotor- rotor yang berada pada bagian sayap pesawat.



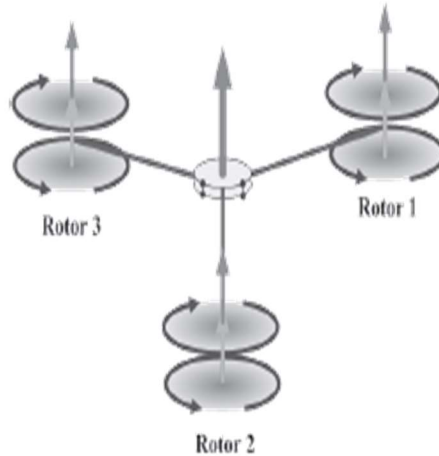
Gambar 2. 2 Konfigurasi *Coaxial Trirotor* UAV

Ada empat kontrol dasar yang memungkinkan *Trirotor* untuk mencapai ketinggian dan sikap (*attitude*) tertentu, yaitu sebagai berikut:

1. *Altitude* Kontrol

Kontrol *Altitude* atau ketinggian diperlukan saat UAV melakukan *hovering* untuk mendapatkan kestabilan pada saat ketinggian tertentu. Selain pada saat *hovering*, gerakan *throttle* atau *thrust* memerlukan *altitude* kontrol untuk proses lepas landas

maupun pendaratan vertikal. Pada bagian kontrol ini, yang dilambangkan dengan U1 membutuhkan kecepatan putar dari keenam motor untuk membangkitkan gaya angkat. Berikut gambar *altitude* kontrol pada *Coaxial Trirotor*.



$$\Omega_{1U} = \Omega_{1L} = \Omega_{2U} = \Omega_{2L} = \Omega_{3U} = \Omega_{3L} = \Omega_{3U}$$

Gambar 2. 3 *Altitude* Kontrol

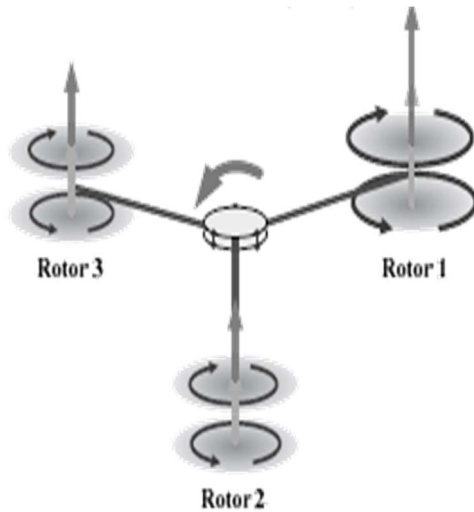
2. Roll & Pitch Kontrol

Pergerakan *roll* merupakan gerakan terhadap sumbu X dapat dicapai dengan mengurangi atau meningkatkan kecepatan putar pada baling-baling. Pada *Trirotor*, pergerakan *roll* atau U2 dihasilkan dari 4 *propeller* dari 2 rotor. Adanya gaya yang dihasilkan dari dua rotor yang berlawanan menyebabkan adanya kemiringan terhadap sumbu X.

Sedangkan *pitch* merupakan gerakan terhadap sumbu Y memiliki prinsip yang sama dengan *roll* dilakukan untuk menghasilkan *manuver*. Pada *Trirotor*, gerakan *pitch* atau U3 dari ketiga rotor di mana rotor bagian *heading* memiliki gaya yang lebih besar dari kedua rotor lainnya, sehingga menghasilkan gaya terhadap sumbu Y.

Kecepatan putaran yang besar dan sinkron pada masing-masing baling-baling dibutuhkan untuk menghasilkan daya angkat

yang cukup untuk melawan daya tekan kebawah dari turbulensi. Dan setelah turbulensi mengecil, maka perputaran juga harus diatur agar ketinggian quadcopter tidak bertambah secara drastis dalam kurun waktu yang sempit. Berikut gambar gerakan *roll* & *pitch* kontrol,.

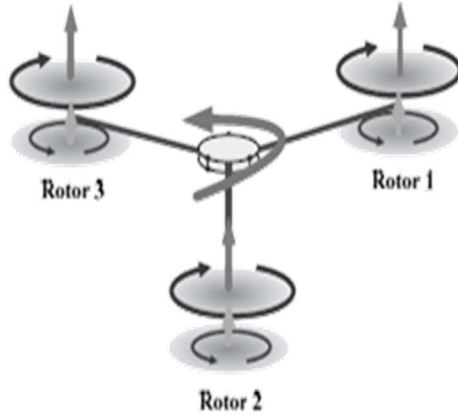


$$\Omega_{2UL} = \Omega_{3UL} < \Omega_{1UL} (\text{Nose Down})$$

Gambar 2. 4 *Roll & Pitch* Kontrol

3. *Yaw* Kontrol

Adanya perbedaan kecepatan rotor bawah dan atas akan memberikan reaksi torsi yang akan membangkitkan *moment* yaw. Pada kontrol *Yaw* yang dilambangkan dengan U4 di mana gaya yang dihasilkan setiap sumbu rotor atas dan bawah berlawanan. Pada gerak *yaw* diperlukan penguatan untuk membangkitkan gaya-gaya yang dibutuhkan tiap rotor. Berikut gambar *yaw* kontrol pada *Coaxial Trirotor*.



$$\Omega_{1U} > \Omega_{1L} (CW \text{ Roll})$$

Gambar 2. 5 Yaw Kontrol

2.3 Model Matematika [3]

Berdasarkan paper “*Fault Tolerant Control Based on Interval Type-2 Fuzzy Sliding Mode Controller for Coaxial Trirotor Aircraft*” oleh Samir Zechlage didapatkan model *Coaxial Trirotor* dari analisis kinematika dan dinamika. Persamaan *Trirotor* didapatkan dari penurunan gerak *roll*, *pitch*, *yaw*, rotasi dan translasi yang diperoleh dari Hukum II Newton dilampirkan pada akhir buku.. Persamaan model dinamika dapat dilihat pada Persamaan (2.1).

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= \frac{1}{m} ((\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi) U_1 - k_{ftx} \dot{x}) \\
 \ddot{y} &= \frac{1}{m} ((\cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi) U_1 - k_{fity} \dot{y}) \\
 \ddot{z} &= \frac{1}{m} ((\cos \phi \cos \theta) U_1 - k_{ftz} \dot{z}) - g \\
 \ddot{\phi} &= \frac{1}{I_x} (qr(I_y - I_z) + U_2 - k_{fax} p^2) \\
 \ddot{\theta} &= \frac{1}{I_y} (pr(I_z - I_x) + U_3 - k_{fay} q^2) \\
 \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_z} (pq(I_x - I_y) + U_4 - k_{faz} r^2)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

di mana,

- \ddot{x} = percepatan terhadap sumbu X
- \ddot{y} = percepatan terhadap sumbu Y
- \ddot{z} = percepatan terhadap sumbu Z
- U_1 = gaya angkat/*thrust*
- U_2 = gaya untuk melakukan *roll*
- U_3 = gaya untuk melakukan *pitch*
- U_4 = gaya untuk melakukan *yaw*
- ϕ = sudut *roll*
- θ = sudut *pitch*
- ψ = sudut *yaw*
- \dot{p} = percepatan sudut terhadap sudut X
- \dot{q} = percepatan sudut terhadap sudut Y
- \dot{r} = percepatan sudut terhadap sudut Z
- m = massa total *Trirotor*
- g = percepatan gravitasi
- I_x = momen inersia *frame* pada sumbu X
- I_y = momen inersia *frame* pada sumbu Y
- I_z = momen inersia *frame* pada sumbu Z
- I_r =momen inersia total pada sumbu *propeller*

Model diatas merupakan representasi dari posisi *Trirotor*(x,y,z) serta 3 sudut *euler* (ϕ , θ , ψ). Variabel U_i menjelaskan virtual sinyal kontrol yang merepresentasikan karakteristik *Trirotor* yang didapatkan didapatkan dari persamaan kecepatan keenam rotor. Persamaan tersebut menjelaskan hubungan tiap rotor dari *Coaxial Trirotor* terhadap daya angkat (gerakan pada sumbu Z), sudut (*pitch*, *roll*, dan *yaw*), gerakan pada *yaw*, dan *gerakan manuver* (gerakan pada sumbu X, Y). Berikut pada. Persamaan (2.2) adalah persamaan kecepatan motor pada *Trirotor*.

$$\begin{aligned}
 U_1 &= (f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6) \\
 U_2 &= [(f_5 + f_6) - (f_1 + f_2)]l_1 \\
 U_3 &= [(f_3 + f_4)l_2 - (f_1 + f_2 + f_5 + f_6)]l_3 \\
 U_4 &= \frac{K_d}{K_p} (f_1 + f_3 + f_5 - f_2 - f_4 - f_6)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

di mana,

- $F_i (i = 1 \dots 6)$ =gaya pada masing-masing *propeller*
- U_1 = gaya angkat/*thrust*

- U_2 = gaya untuk melakukan manuver pada sumbu Y
 U_3 = gaya untuk melakukan manuver pada sumbu X
 U_4 = gaya untuk melakukan *yaw*
 l_1 = jarak rotor 2 ke rotor 3 (antar sayap UAV)
 l_2 = jarak rotor 3 ke pusat massa UAV
 l_3 = jarak rotor 1 (bagian depan) ke pusat massa

Dapat dilihat dari persamaan bahwa untuk mendapatkan nilai kontrol U_1 melibatkan keenam gaya keenam rotor untuk mempertahankan *Trirotor* pada ketinggian tertentu. Pada U_2 hanya melibatkan 4 rotor pada bagian sayap *Trirotor*, ini akan memberikan efek momen *roll*. Pada momen *pitch*, rotor pada bagian depan mempunyai nilai yang lebih besar dari keempat rotor pada bagian sayap. Momen *yaw* dapat dibangkitkan dengan adanya perbedaan nilai rotor atas dan bawah pada setiap sumbu di mana nilai kecepatan rotor bagian atas lebih besar dari nilai kecepatan rotor bagian bawah.

2.4 Parameter *Coaxial Trirotor* [3]

Pada tugas akhir ini, dipakai parameter fisik dari *Coaxial Trirotor* yang didapat dari *paper* “*Fault Tolerant Control Based on Interval Type-2 Fuzzy Sliding Mode Controller for Coaxial Trirotor Aircraft*”. Parameter akan ditampilkan pada Tabel (2.1) di bawah ini

Tabel 2.1 Parameter *Coaxial Trirotor*

No	Parameter	Simbol	Nilai
1.	Momen inersia sumbu X	I_x	0,0038 (Kgm ²)
2.	Momen inersia sumbu Y	I_y	0,0038 (Kgm ²)
3.	Momen inersia sumbu Z	I_z	0,0077(Kgm ²)
4.	Koefisien Thrust	Kp	0,000013678 (Ns ²)
5.	Koefisien Drag	Kd	0,000024323 (Nms ²)
6.	Koefisien Drag sumbu X	K_{ftx}	0,0005567(N/m/s)
7.	Koefisien Drag sumbu Y	$K_{f ty}$	0,0005567(N/m/s)
8.	Koefisien Drag sumbu Z	K_{ftz}	0,0006354(N/m/s)
9.	Massa total <i>Trirotor</i>	m	1,2(kg)
10.	Percepatan gravitasi bumi	g	9,81(m/s ²)
11.	Koefisien gesek sumbu X	K_{fax}	0,0005567(N/rad/s)
12.	Koefisien gesek sumbu X	K_{fax}	0,0005567(N/rad/s)
13.	Koefisien gesek sumbu Y	$K_{f ay}$	0,0006354(N/rad/s)

14.	Jarak rotor 2 ke rotor 3(antar sayap UAV)	l_1	0,19 (m)
15.	Jarak rotor 3 ke pusat massa UAV	l_2	0,23(m)
16.	Jarak rotor 1 (bagian depan) ke pusat massa	l_3	0,225 (m)

2.5 Linearisasi [4]

Berdasarkan sifat linearitasnya, sistem dibagi menjadi dua bagian, yaitu sistem linear dan sistem nonlinear. Sistem linear adalah sistem yang memenuhi hukum superposisi. Prinsip superposisi adalah respon sistem (keluaran) terhadap jumlah bobot sinyal akan sama dengan jumlah bobot yang sesuai dari respon (keluaran) sistem terhadap masing-masing sinyal masukan individual. Sedangkan sistem nonlinear adalah suatu sistem yang sifatnya tidak tetap, mudah berubah, sulit dikontrol, dan sulit diprediksi. Selain itu, sistem nonlinear memiliki perilaku kualitatif, yaitu mempunyai nilai ekuilibrium lebih dari satu.

Oleh karena itu, digunakan sistem linearisasi untuk menyelesaikan permasalahan nonlinearitas dengan melakukan pendekatan kedalam beberapa daerah kerja yang terbatas, sehingga analisa kestabilan pada sistem linear bisa diterapkan dan memudahkan dalam proses desain. Sistem dapat direpresentasikan seperti pada Persamaan (2.3)

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\
\dot{x}_2 &= f_2(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\
&\vdots \\
\dot{x}_n &= f_n(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\
\dot{y}_1 &= h_1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\
\dot{y}_2 &= h_2(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\
&\vdots \\
\dot{y}_p &= h_p(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m)
\end{aligned} \tag{2.3}$$

$x = [x_1, \dots, x_n]^T$ merupakan vektor state sistem

$u = [u_1, \dots, u_m]^T$ merupakan sinyal kontrol

$x = [y_1, \dots, y_p]^T$ merupakan keluaran sistem

Persamaan (2.3) dapat disederhanakan menjadi Persamaan (2.4) dan (2.5).

$$f(x, u) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\ f_2(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$h(x, u) = \begin{bmatrix} h_1(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\ h_2(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \\ \vdots \\ h_p(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

sehingga dapat ditulis:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned} \quad (2.6)$$

maka hasil linearisasi dari sistem:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (2.7)$$

dengan $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $B \in \mathcal{R}^{n \times m}$, $C \in \mathcal{R}^{p \times n}$, $D \in \mathcal{R}^{p \times m}$. Jika $\dot{x} = f(x)$ dan $y = f(x)$ merupakan kurva nonlinier. Maka:

$$\delta y = f \delta x = \frac{df(x)}{dx} \quad (2.8)$$

dengan $\delta x \delta y = f(x) - f(x^*)$ dan $\delta y = x - x^*$

Apabila sistem bekerja pada titik (0,0)

$$\begin{aligned} \delta y &= f(x) - f(x^*) \\ \delta y &= f(x) - 0 \\ \delta y &= f(x) \\ \delta x &= x - x^* \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\delta x = x - 0$$

$$\delta x = x$$

$$y = \frac{df(x)}{dx}$$

Maka hasil linearisasi dapat ditulis seperti pada persamaan berikut:

$$A = \frac{df(x,u)}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{df_1(x,u)}{dx_1} & \dots & \frac{df_1(x,u)}{dx_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_n(x,u)}{dx_1} & \dots & \frac{df_n(x,u)}{dx_n} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$B = \frac{df(x,u)}{du} = \begin{bmatrix} \frac{df_1(x,u)}{du_1} & \dots & \frac{df_1(x,u)}{du_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_n(x,u)}{du_1} & \dots & \frac{df_n(x,u)}{du_n} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$C = \frac{dh(x,u)}{dx} = \begin{bmatrix} \frac{dh_1(x,u)}{dx_1} & \dots & \frac{dh_1(x,u)}{dx_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dh_n(x,u)}{dx_1} & \dots & \frac{dh_n(x,u)}{dx_n} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$D = \frac{dh(x,u)}{du} = \begin{bmatrix} \frac{dh_1(x,u)}{du_1} & \dots & \frac{dh_1(x,u)}{du_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{dh_n(x,u)}{du_1} & \dots & \frac{dh_n(x,u)}{du_n} \end{bmatrix}$$

2.6 Linear Quadratic Tracking (LQT) [5]

Kontrol optimal memberikan solusi permasalahan *tracking* pada *Quadrotor* dengan pencarian nilai sinyal kontrol $u(t)$ yang optimal, sehingga indeks performansi dapat dioptimasi. Indeks performansi adalah ukuran kuantitatif performansi dari sistem yang dipilih, sehingga penekanan diberikan pada spesifikasi sistem yang dipentingkan, misalnya *error* dan sinyal kontrol.

Linear Quadratic Tracking merupakan salah satu metode kontrol optimal yang dikembangkan pada *plant* linear untuk mengatasi

permasalahan *tracking*. Sebuah *plant* linear dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), x(t_0) = x_0 \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (2.13)$$

di mana $x(t)$ adalah urutan ke n dari vektor *state*, $u(t)$ adalah urutan ke r dari vektor kontrol dan $y(t)$ adalah urutan ke m dari vektor keluaran. Dimisalkan $z(t)$ adalah urutan ke m dari output yang diinginkan (*set point*) dan matrix $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ memiliki dimensi matriks yang bersesuaian. Tujuan kontrol dari LQT adalah agar *output* sistem y dapat mengikuti *output* model referensi sedekat mungkin dan meminimalkan indeks performansi yang diberikan. Adapun indeks performansi kuadratik secara matematis dinyatakan sebagai:

$$J(t_0) = \frac{1}{2}(Cx(T) - r(T))^T P(Cx(T) - r(T)) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [(Cx - r)^T Q(Cx - r) + u^T Ru] dt \quad (2.14)$$

dengan $P \geq 0, Q \geq 0, R > 0$

Untuk mendapatkan solusi optimal, maka terlebih dahulu dibentuk Persamaan Hamiltonian (2.20):

$$H(x, u, \lambda) = \frac{1}{2} [(Cx - r)^T Q(Cx - r) + u^T Ru] + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (2.15)$$

agar diperoleh nilai minimum, maka syarat perlu keoptimalan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}- \text{Persamaan state} & \quad \dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = Ax + Bu \\ - \text{Persamaan costate} & \quad -\dot{\lambda} = C^T Q(Cx - r) + A^T \\ - \text{Kondisi stasioner} & \quad \frac{\partial H}{\partial u} = 0, Ru + B^T \lambda = 0 \\ - \text{Kontrol optimal} & \quad u = -R^{-1} B^T \lambda\end{aligned}\quad (2.16)$$

maka akan didapatkan solusi trivial yaitu keadaan di mana sisi kanan=sisi kiri=0. Dari solusi trivial maka didapatkan persamaan *Riccati*.

$$-\dot{S} = -SA + SBR^{-1}B^T S + A^T S + C^T Q C \quad (2.17)$$

Untuk matriks Q dan R , diasumsikan sesuai dengan performa yang diinginkan untuk sistem. Setelah didapatkan persamaan *riccati*, didapatkan persamaan differensial yaitu model *following*.

$$-\dot{v} = -SBR^{-1}B^T v + A^T v + C^T Q r \quad (2.18)$$

dengan didapatkannya matriks S yang merupakan matriks definit positif yang simetris dan v , hanya tersisa *gain* $K(t)$ untuk dicari. $K(t)$ dengan Persamaan (2.19).

$$K(t) = R^{-1}B^T S(t) \quad (2.19)$$

Model *following*

$$-\dot{v} = (A - BK)^T v + C^T Qr \quad (2.20)$$

Solusi *steady-state*

- Aljabar Riccati (ARE)
$$A^T S S A - S B R^{-1} B^T S + C^T Q C = 0 \quad (2.21)$$

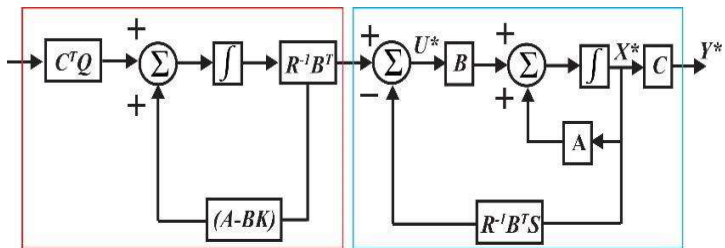
- Gain* Kalman
$$K(\infty) = R^{-1} B^T S(\infty) \quad (2.22)$$

- Model *following*

$$-\dot{v} = (A - BK(\infty))^T v + C^T Qr \quad (2.23)$$

dengan $x^*(t)$ adalah umpan balik dari sistem. Umpan balik nantinya akan dikalikan dengan *gain* kontrol $K(t)$ dan ditambahkan dengan $-R^{-1}B^T v$ untuk menghasilkan $u^*(t)$ yang akan digunakan sebagai masukan kepada sistem agar hasil yang diinginkan tercapai.

$$u = -K(\infty)x - R^{-1}B^T v \quad (2.24)$$



Gambar 2. 6 Blok Diagram LQT

di mana blok yang berwarna merah menunjukkan *model following* dari LQT dan untuk blok berwarna biru merupakan blok kontrol

2.7 Root Mean Square Error (RMSE) [6]

Pemasangan kontroler pada sebuah *plant* akan memberikan performa yang baik dan mampu mencapai kestabilan dari sikap maupun ketinggian dari *Trirotor*. Namun, untuk mencapai parameter sebuah nilai referensi yang dihasilkan dari sebuah *Tricopter*, maka harus diperhatikan dengan seksama berupa analisa eror.

Root Mean Square Error atau akar kesalahan kuadrat rata-rata merupakan suatu ukuran kesalahan yang didasarkan pada selisih antara dua buah nilai yang bersesuaian atau dengan kata lain merupakan selisih antara data *output* referensi dengan data *output* sebenarnya untuk menyatakan tingkat kemiripan antara nilai yang diinginkan dengan nilai fakta. Semakin kecil eror yang dihasilkan maka semakin mendekati dengan sistem sebenarnya. Dengan kata lain RMSE merupakan standar deviasi dari residual (kesalahan prediksi). Residual adalah ukuran seberapa jauh dari titik-titik data garis regresi. Pada umumnya digunakan dalam klimatologi, peramalan, dan analisis regresi untuk memverifikasi hasil eksperimen.

Eror yang akan didapatkan untuk analisa data antara sinyal referensi dengan sinyal aktual dapat dinyatakan dengan Persamaan sebagai berikut.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_{in} - Y_{out})^2}{N}} \quad (2.25)$$

di mana

Y_{in} = Data *ouput* sinyal referensi

Y_{out} = Data *ouput* sinyal sebenarnya

N = banyaknya data

BAB 3

PERANCANGAN SISTEM

Pada bab ini akan dibahas mengenai perancangan sistem yang dibagi menjadi 3 tahap. Tahap pertama adalah perancangan model dinamika *Trirotor* yang berupa model rotasi dan tranlasi pada *simulink* Matlab serta perancangan model *state* yang akan dipakai pada langkah selanjutnya. Tahap kedua adalah perancangan kontroler berupa linearisasi dinamika rotasi dan translasi untuk mendapatkan masing masing *gain* agar mendapatkan kestabilan gerak *Trirotor* yang diinginkan, sedangkan tahap ketiga yaitu simulasi sistem dengan *software* Matlab.

3.1 Model Dinamika *Trirotor*

Model matematis *Coaxial Trirotor* didapatkan dari analisa fisis kinematika dan dinamika, model tersebut akan direpresentasikan pada *simulink* Matlab. Berikut Persamaan (3.1a) sampai dengan Persamaan (3.1f.) dalam bentuk *state*.

$$\ddot{X} = \frac{1}{m} ((\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi) U_1 - k_{ftx} \dot{x}) \quad (3.1a)$$

$$\ddot{Y} = \frac{1}{m} ((\cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi) U_1 - k_{fty} \dot{y}) \quad (3.1b)$$

$$\ddot{Z} = \frac{1}{m} ((\cos \phi \cos \theta) U_1 - k_{ftz} \dot{z}) - g \quad (3.1c)$$

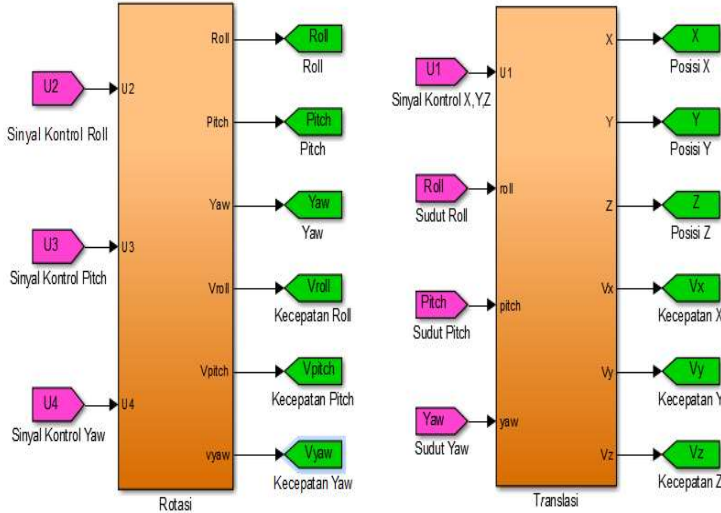
$$\ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} (qr(I_y - I_z) + U_2 - k_{fax} p^2) \quad (3.1d)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} (pr(I_z - I_x) + U_3 - k_{fay} q^2) \quad (3.1e)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} (pq(I_x - I_y) + U_4 - k_{fay} r^2) \quad (3.1f)$$

Berdasarkan model di atas, maka dirancang model sistem pada Matlab yang terdiri dari blok rotasi dan translasi. Blok rotasi terdapat masukan berupa sinyal-sinyal kontrol yang memberikan efek gerakan *roll*, *pitch* atau *yaw*. Pada perancangan ini, aktuator diabaikan, sehingga nilai-nilai kontrol yang diberikan oleh kontroler nantinya akan memberikan efek langsung sebagai masukan terhadap *Trirotor*. Pada blok translasi hanya dipengaruhi oleh satu sinyal kontrol serta nilai dari sudut

roll, *pitch* maupun *yaw* yang akan memberikan gerakan terhadap sumbu X, Y maupun Z. Hal tersebut akan mempresentasikan karakteristik berupa *altitude* maupun *attitude Trirotor* yang diinginkan. Pada Gambar 3.1 ditampilkan perancangan blok rotasi dan translasi pada *simulink* Matlab.



Gambar 3. 1 Blok *Simulink* Rotasi dan Translasi

Berdasarkan kontroler yang akan dirancang selanjutnya, maka model dinamika diatas dirancang dalam model *state space* untuk mendapatkan nilai gain kontroler yang diinginkan . Jika didefinisikan vektor *state* $x = [x_1 \ x_2 \ ... \ x_{12}]^T \in \mathcal{R}^{12}$ dan dipilih elemen himpunan x adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= X & x_7 &= \emptyset \\
 x_2 &= \dot{X} & x_8 &= \dot{\emptyset} \\
 x_3 &= Y & x_9 &= \theta \\
 x_4 &= \dot{Y} & x_{10} &= \dot{\theta} \\
 x_5 &= Z & x_{11} &= \psi \\
 x_6 &= \dot{Z} & x_{12} &= \dot{\psi}
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

dengan menggunakan Persamaan (3.1a) hingga Persamaan (3.1f) dapat diubah kedalam bentuk *state space* seperti pada Persamaan (3.3) dan Persamaan (3.4). Di mana terdapat enam *state space* yang digunakan

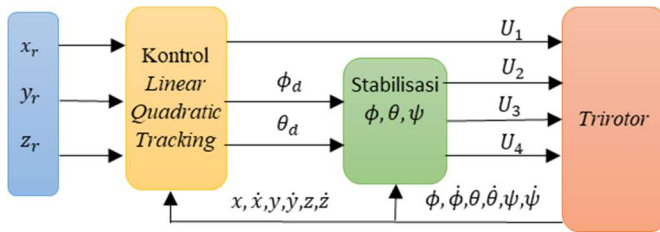
untuk mengatur gerak translasi dan terdapat enam *state space* yang digunakan untuk mengatur gerak rotasi.

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \ddot{X} \\ \dot{Y} \\ \ddot{Y} \\ \dot{Z} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m} (\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi) U_1 - k_{f_{tx}} \dot{x} \\ x_4 \\ \frac{1}{m} (\cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi) U_1 - k_{f_{ty}} \dot{y} \\ x_6 \\ \frac{1}{m} ((\cos \phi \cos \theta) U_1 - k_{f_{tz}} \dot{z}) - g \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_8 \\ \frac{1}{I_x} (qr(I_y - I_z) + U_2 - k_{f_{ax}} p^2) \\ x_{10} \\ \frac{1}{I_y} (pr(I_z - I_x) + U_3 - k_{f_{ay}} q^2) \\ x_{12} \\ \frac{1}{I_z} (pq(I_x - I_y) + U_4 - k_{f_{az}} r^2) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

3.2 Perancangan Kontroler

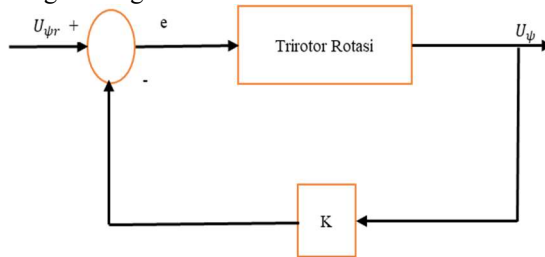
Pada sub bab ini akan dibahas mengenai perancangan kontroler LQT dan *state feedback*. Ada dua permasalahan yang akan diuraikan pada penelitian ini yaitu kestabilan sudut ϕ , θ dan ψ akibat gerak *roll*, *pitch*, dan *yaw* dan kestabilan pada sumbu X, Y khususnya analisa VTOL pada sumbu Z, atau memaksa *Tricopter* agar mampu melakukan gerakan VTOL pada lintasan yang diinginkan. Permasalahan kestabilan sudut ϕ , θ dan ψ akan diselesaikan dengan kontrol *state feedback*, sedangkan permasalahan kestabilan sumbu X,Y dan VTOL diselesaikan dengan metode LQT. Kontrol *state feedback* digunakan untuk mengontrol setiap sudut akibat pergerakan *roll*, *pitch* maupun *yaw* yang akan mempengaruhi posisi dari *Trirotor*. Namun pada saat melakukan VTOL sudut *yaw* di anggap nol, artinya tidak ada pergerakan pedal (*yaw*) pada saat melakukan gerakan VTOL. Pada Gambar 3.2 ditampilkan blok diagram secara keseluruhan dari perancangan kontroler pada tugas akhir ini.



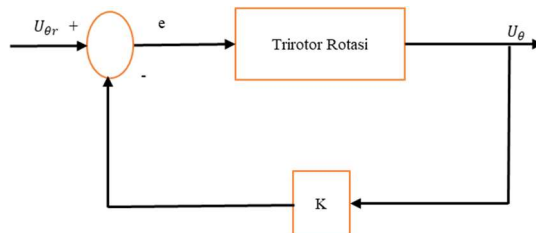
Gambar 3. 2 Perancangan Blok Kontroler

3.2.1 Perancangan Kontroler *State Feedback*

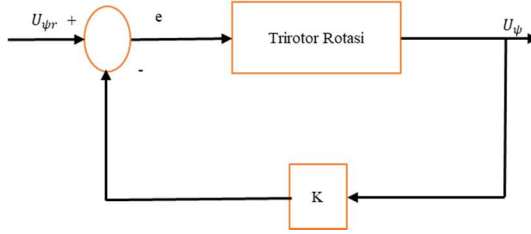
Sebelum menentukan karakteristik translasi yang diinginkan, maka diperlukan stabilisasi sudut *roll*, *pitch*, dan *yaw* terlebih dahulu. Kontrol *state feedback* akan menstabilkan kecepatan sudut dan mendapatkan nilai sesuai dengan referensi sudut. Kontrol *state feedback* digunakan untuk mendapatkan nilai *gain* dengan perintah *acker*. Berikut blok diagram kontrol masing-masing sudut *Trirotor*.



Gambar 3. 3 Kontrol Sudut *Roll*



Gambar 3. 4 Kontrol Sudut *Pitch*



Gambar 3. 5 Kontrol Sudut Yaw

Model yang akan dirancang untuk mendapatkan nilai *gain* terlebih dahulu dilinierisasi untuk mendapatkan model dalam bentuk matrik *state space*. Berdasarkan Persamaan (3.1d) dan (3.1e) yang menunjukkan persamaan sudut *roll* dan *pitch*, maka akan diubah kedalam bentuk *state*. Berikut perancangan model *state space* secara matematis.

$$\begin{aligned}\dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= \frac{1}{I_x} (qr(I_y - I_z) + U_2 - k_{f_{tx}} p^2)\end{aligned}\quad (3.5)$$

di mana $x_7 = \phi$; $x_8 = \dot{\phi}$, maka didapatkan linierisasi model seperti Persamaan (3.6)

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2k_{fax}}{I_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_x} \end{bmatrix} U_2 \quad (3.6)$$

sedangkan model *state* untuk *pitch*

$$\begin{aligned}\dot{x}_9 &= x_{10} \\ \dot{x}_{10} &= \frac{1}{I_y} (pr(I_z - I_x) + U_3 - k_{f_{ay}} q^2)\end{aligned}\quad (3.7)$$

di mana $x_9 = \theta$; $x_{10} = \dot{\theta}$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2k_{fay}}{I_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_y} \end{bmatrix} U_3 \quad (3.8)$$

untuk model *state yaw*

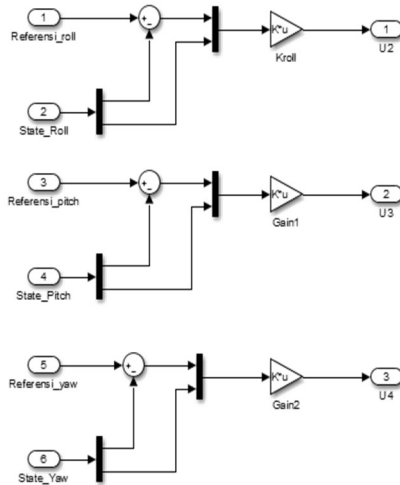
$$\begin{aligned}\dot{x}_{11} &= x_{12} \\ \dot{x}_{12} &= \frac{1}{I_z}(pq(I_x - I_y) + U_4 - k_{fay}r^2)\end{aligned}\quad (3.9)$$

di mana $x_{11} = \psi$ dan $x_{12} = \dot{\psi}$, maka didapatkan model linierisasi matrik seperti persamaan dibawah.

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2k_{faz}}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_3 \quad (3.10)$$

Pole yang akan dipilih pada perancangan kontroler didapat dari pengujian model linierisasi model rotasi, sehingga didapat nilai α sebagai acuan pemilihan pole di mana α yang dipilih merupakan representasi dari $\frac{1}{\tau}$. Pole yang dibutuhkan ada dua, di mana pole yang satu memiliki akar dominan $|\alpha_2| > |3\alpha_1|$. Dari proses perancangan yang dicoba pada simulink dan program *m-file*, pemilihan α akan berpengaruh terhadap proses gerak translasi. Sehingga α minimal yang mampu memberikan pengaruh pada gerak rotasi yaitu 40. Namun, karena perancangan pada penelitian ini mengabaikan aktuator maka diharapkan respon stabil secepat mungkin. Sehingga nilai α yang dipilih adalah 60.

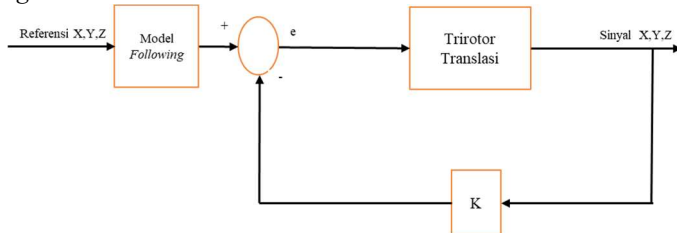
Berdasarkan pemilihan α di atas, maka ditentukan $\alpha_1 = 18$, sedangkan $\alpha_2 = 60$ untuk sudut *roll*, *pitch* maupun *yaw*. Pencarian gain *feedback* dilakukan dengan perintah *acker* pada *m-file* matlab. Berdasarkan perintah matlab dan matrik seperti linier diatas maka didapat *gain* untuk *roll* dan *pitch* didapat $K = [4,1040 \quad -0,2975]$ sedangkan untuk sudut *yaw* didapat nilai $K = [4,1040 \quad -0,2977]$. Berikut perancangan kontrol untuk stabilisasi *roll*, *pitch* dan *yaw* di simulink serta blok sistem *state feedback*



Gambar 3. 6 Perancangan Kontroler *State Feedback*

3.2.2 *Tracking Trirotor*

Pada permasalahan *tracking Trirotor* posisi X,Y serta Z akan dipaksa untuk mengikuti sinyal referensi yang diinginkan. Pada Tugas Akhir ini digunakan model referensi sebagai referensi *tracking* agar respon posisi X, Y serta Z bergerak mengikuti referensi. Untuk posisi X dan Y hanya sebatas untuk menstabilkan saat gangguan yang terjadi saat proses lepas landas maupun vertikal, sedangkan *tracking Z* untuk gerakan VTOL dengan ketinggian tertentu. Kemudian kontroler disusun menggunakan metode LQT. Berikut blok diagram untuk *trackingTrirotor*.



Gambar 3. 7 Blok Diagram Kontrol *Tracking*

3.2.2.1 Tracking X dan Y

Pada penelitian ini, variabel utama yang dikontrol adalah ketinggian, namun adakalanya ketika *Trirotor* mendapat gangguan, gerakan terhadap sumbu X dan Y juga perlu pengontrolan agar tahan terhadap gangguan dan tetap pada nilai kestabilan dan ketinggian yang diinginkan. Pada hal ini, kontroler yang dipakai juga LQT. Berdasarkan persamaan dari model dinamik translasi (3.1a) dan (3.1b) didapatkan seperti persamaan dibawah.

$$\ddot{X} = \frac{1}{m} ((\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi) U_1 - k_{ftx} \dot{x}) \quad (3.11)$$

$$\ddot{Y} = \frac{1}{m} ((\cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi) U_1 - k_{fity} \dot{y}) \quad (3.12)$$

dimisalkan sudut $\psi = 0$, maka persamaan dinamika sumbu X menjadi seperti Persamaan (3.13)

$$\ddot{X} = -\frac{k_{ftx}}{m} \dot{x} + \frac{\cos \phi \sin \theta}{m} U_1 \quad (3.13)$$

di mana $\frac{\cos \phi \sin \theta}{m} U_1$ dimisalkan menjadi sinyal kontrol U_x dan digunakan sebagai sudut referensi *pitch* yang menghasilkan sinyal *pitch* dari rotasi dan masuk ke translasi sehingga persamaan menjadi seperti pada Persamaan (3.12)

$$U_x = \frac{\cos \phi \sin \theta}{m} U_1$$

$$\theta_{referensi} = \sin^{-1} \frac{U_x}{U_1 \cos \phi} m \quad (3.14)$$

dari pemisalan nilai U_x , maka model dinamik translasi sumbu X menjadi Persamaan (3.14)

$$\ddot{X} = -\frac{k_{ftx}}{m} \dot{x} + U_x \quad (3.15)$$

Demikian juga untuk dinamika translasi sumbu Y seperti pada Persamaan (3.16). Jika Sudut *yaw* diabaikan, maka persamaan sumbu Y menjadi seperti Persamaan (3.17).

$$\ddot{Y} = -\frac{k_{fity}}{m} \dot{y} + \left(-\frac{\sin \phi}{m} U_1 \right) \quad (3.16)$$

di mana $-\frac{\sin \phi}{m} U_1$ dimisalkan menjadi U_y yang digunakan sebagai referensi sudut *roll* yang akan masuk ke dinamika translasi *Trirotor*, sehingga persamaan menjadi seperti pada Persamaan (3.17).

$$U_y = -\frac{\sin \phi}{m} U_1$$

$$\phi_{referensi} = \sin^{-1} \frac{U_y}{U_1} m \quad (3.17)$$

dari pemisalan nilai U_y , maka model dinamik translasi sumbu Y menjadi seperti Persamaan (3.18).

$$\dot{Y} = -\frac{k_{fty}}{m} \dot{y} + U_y \quad (3.18)$$

dari Persamaan (3.15) dan (3.15) diatas maka dapat didefinisikan model *state* sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{k_{ftx}}{m} \dot{x} + U_x \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -\frac{k_{fty}}{m} \dot{y} + U_y \end{aligned} \quad (3.19)$$

di mana $x_1 = x; x_2 = \dot{x}; x_3 = y; x_4 = \dot{y}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_{ftx}}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{k_{fty}}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Berdasarkan model *state space* diatas, akan dipakai kontroler LQT untuk *tracking*, sehingga dibutuhkan model *output state space*. Model *output* berupa *output* posisi X dan Y, sehingga dapat direpresentasikan seperti Persamaan (3.18).

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Berdasarkan nilai parameter yang diketahui maka diperoleh matrik A,B dan C seperti pada matrik dibawah.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{f_{tx}}/m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{f_{ty}}/m \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Langkah selanjutnya menentukan bobot Q dan R. Matrik Q mengikuti besarnya keluaran. Pada hal ini keluaran nya ada 2 yaitu posisi X dan Y, maka besarnya matrik Q yaitu 2x2, sedangkan R mengikuti jumlah input. Jumlah input juga 2 jadi matrik R besarnya 2x2. Kesalahan keluaran harus diharapkan seminimal mungkin, sehingga nilai $|Q|$ harus lebih besar dari $|R|$. Pada pemilihan nilai Q dan R untuk sumbu X dan Y hanya dilakukan beberapa kali *tuning* saja, dan diperoleh nilai R yang memiliki batas hingga pada nilai tertentu. Sehingga diambil nilai yang mampu merepresentasikan sinyal referensi sebaik mungkin. Berikut besar nilai Q dan R dalam representasi matrik.

$$\begin{aligned} Q &= \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix} \\ R &= \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Dengan perintah matlab serta bentuk model *following* yang sudah diprogram, maka diperoleh nilai *gain* Kalman untuk x, v_x, y, v_y . Berikut nilai *gain* yang diperoleh seperti tertera pada Persamaan (3.24).

$$K = \begin{bmatrix} 44.7214 & 9.4570 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 44.7214 & 9.4570 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

3.2.2.2 Lepas Landas dan Pendaratan Vertikal Sumbu Z

Pada penelitian ini kontroler optimal LQT digunakan untuk mendapatkan sistem yang stabil, yaitu mendekati *set point* atau mengikuti sinyal referensi, matrix pembobot Q dan R didapat dengan melakukan *tuning* (*trial and error*). Karena proses lepas landas vertikal membutuhkan *tracking* hanya pada ketinggian, maka akan dibentuk sinyal referensi yang membentuk VTOL. Dengan pemakaian LQT pada pengontrolan ini, maka diharapkan sinyal keluaran dapat mengikuti sinyal referensi yang diberikan. Berdasarkan Persamaan (3.1c) didapatkan persamaan dibawah ini.

$$\ddot{Z} = \frac{1}{m} \left((\cos \phi \cos \theta) U_1 - k_{ftz} \dot{z} \right) - g \quad (3.25)$$

Berdasarkan persamaan diatas dapat dilihat bahwa sumbu Z dipengaruhi oleh sudut *roll* dan *pitch* serta percepatan gravitasi. *Roll* dan *pitch* diperoleh dari nilai referensi yang didapat pada tranlasi sumbu X dan Y. Berdasarkan persamaan diatas maka dapat dibentuk menjadi Persamaan (3.26).

$$\ddot{Z} = -g - \frac{k_{ftz}}{m} \dot{z} + \frac{\cos \phi \cos \theta}{m} U_1 \quad (3.26)$$

di mana $-g + \frac{\cos \phi \cos \theta}{m} U_1$ dimisalkan menjadi U_z yang akan mengeluarkan sinyal U_1 dan memberikan daya angkat pada *Trirotor* dan memberikan sinyal kontrol pada sumbu X dan Y. Berdasarkan pemisalan U_z , maka diperoleh Persamaan (3.27)

$$U_1 = \frac{U_z + g}{\cos \phi \cos \theta} m \quad (3.27)$$

Pada Gambar 3.8 dapat dilihat bahwa masukan blok linierisasi sumbu Z diberikan nilai *roll* dan *pitch* dan mengeluarkan sinyal kontrol U_1 yang akan menjadi masukan bagi sinyal kontrol sumbu X dan Y. Pemisalan U_z diperoleh Persamaan (3.28).

$$\ddot{Z} = -\frac{k_{fty}}{m} \dot{y} + U_z \quad (3.28)$$

untuk persamaan *state* diperoleh pada seperti Persamaan (3.29).

$$\dot{x}_5 = x_6 \quad (3.29)$$

$$\dot{x}_6 = -\frac{k_{ftz}}{m}\dot{z} + U_z$$

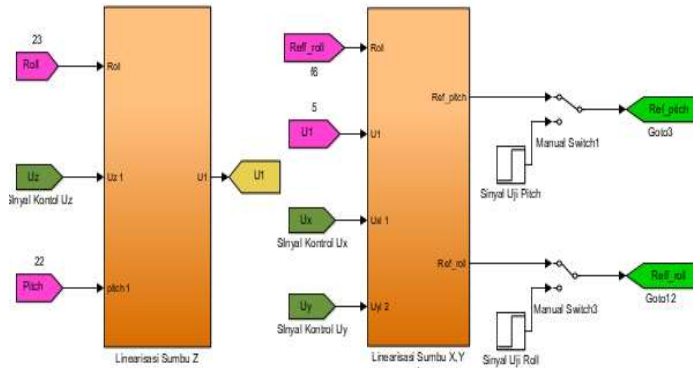
Berdasarkan Persamaan (3.29), dimisalkan $x_5 = z$; $x_6 = \dot{z}$, maka bentuk model *state space* nya seperti pada Persamaan (3.30).

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_{ftz}}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_z \quad (3.30)$$

Berdasarkan model *state space* diatas maka diperoleh matrik A,B dan C seperti pada Persamaan (3.31).

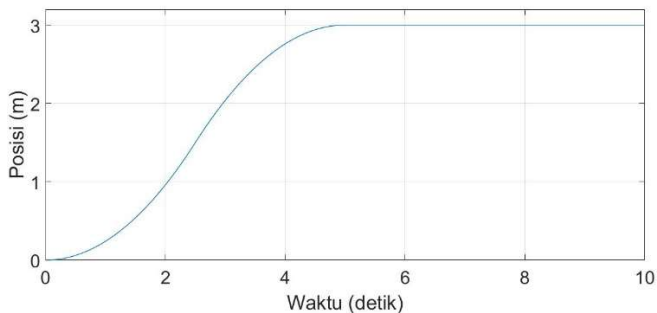
$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{k_{ftz}}{m} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ C &= [1 \quad 0] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Blok sinyal kontrol U_x , U_y dan U_z dibentuk disimulink, di mana sinyal U_z akan mengeluarkan sinyal *thrust* yang artinya memberikan daya angkat pada *Trirotor* sehingga bisa melakukan gerak ke arah sumbu X dan Y. Pada blok linierisasi sumbu X dan Y terdiri dari invers cosinus dan sinus seperti dijelaskan pada Subbab 3.2.3 dan memberikan sinyal referensi bagi dinamika rotasi *Trirotor*. Diberikan *switching* untuk memilih referensi bagi *roll* atau *pitch* agar bisa menstabilkan sudut ke derajat tertentu atau referensi saat pengontrolan sumbu X dan Y berlangsung. Berikut blok *simulink* yang telah dirancang.

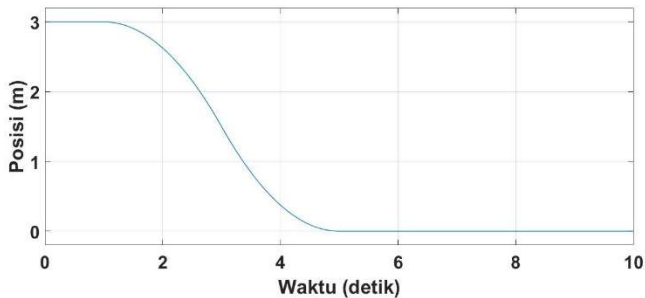


Gambar 3. 8 Blok *Simulink* Linearisasi Sumbu X,Y dan Z

Untuk masukan $z(t)$ sebagai sinyal referensi yang diberikan akan dibuat dengan bantuan salah satu *block* dari *simulink* yang bernama *S-shape* dan *Z-shape* di mana *block* ini berfungsi untuk membuat sinyal sesuai dengan proses lepas landas dan pendaratan secara vertikal serta mulus. Sinyal *S-shape* diberikan hingga detik ke 10 di mana *Trirotor* mencapai ketinggian yang ditentukan pada detik ke 5. Sedangkan sinyal *Z-shape* diberikan hingga detik ke 10 juga, diharapkan *Trirotor* mampu menuju landasan pada detik ke 5 setelah proses *hovering*. Sinyal yang akan dipakai sebagai masukan untuk lepas landas *Trirotor* dapat dilihat pada Gambar 3. 9 dan Gambar 3.10 dibawah.



Gambar 3. 9 Sinyal Referensi Lepas Landas Vertikal



Gambar 3. 10 Sinyal Referensi Pendaratan Vertikal

Durasi waktu yang dirancang saat proses lepas landas sama dengan saat proses pendaratan. Proses saat lepas landas membutuhkan waktu sekitar 5 detik sebelum pada akhirnya melakukan *hover*. Begitu juga proses pendaratan, secepat mungkin *Trirotor* mampu melakukan pendaratan di area tertentu dalam waktu yang sesingkat-singkatnya dengan ketinggian tertentu.

3.3 Tuning Matrix Pembobot Q, R dan Indeks Performansi

Langkah paling mudah dalam *tuning* matrix pembobot Q dan R adalah dengan memberikan pembobot $R=1$ dan matrix $Q = C' * C$, untuk mengatur bobot matrix Q sesuai dengan *state* mana yang lebih diutamakan, semakin besar bobot matrix Q akan mempercepat respon. Namun setelah dilakukan *trial error* nilai R semakin kecil, memberikan pengaruh besar pada kemiringan grafik sinyal referensi. Sehingga dipilih R sekecil mungkin antara 0.01 sampai 0.000001. Sedangkan nilai Q pada sumbu Z berupa skalar karena variabel utama yang diatur adalah ketinggian (posisi). Besarnya nilai Q setelah *trial error* yang dipakai adalah [1000]. Hal ini dikarenakan semakin besar atau kecil nilai Q yang dipilih tidak memberi pengaruh besar pada respon *output*.

BAB 4

HASIL DAN ANALISA

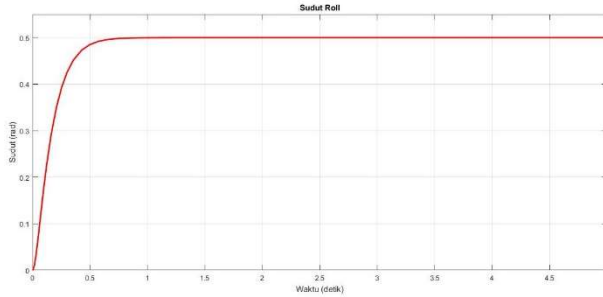
Pada bab ini akan dibahas mengenai hasil yang didapatkan dari pengujian simulasi sistem kontrol yang telah dirancang pada Bab III. Stabilisasi sudut akibat gerak *Trirotor* diatur menggunakan kontroler *state-feedback* sedangkan *tracking* posisi X,Y, serta VTOL sumbu Z diatur menggunakan kontroler *Linear Quadratic Tracking*.

4.1 Stabilisasi *Trirotor*

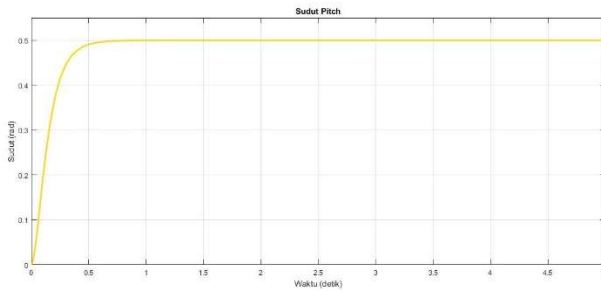
Sebelum melakukan gerakan VTOL, maka harus dilakukan stabilisasi terhadap sudut *roll*, *pitch*, *yaw* terlebih dahulu, karena *Trirotor* memiliki *lup* dalam yang membutuhkan keluaran *lup* luar sebagai referensi untuk bergerak. Pada Subbab 3.2.1 dijelaskan bahwa stabilisasi sudut ϕ , θ dan ψ dicapai dengan kontroler *state-feedback* dengan perintah *Acker* sehingga didapat nilai *gain* K seperti pada Persamaan (4.1). Untuk dapat terbang, sudut ϕ , θ dan ψ dijaga agar kembali pada titik ekuilibriumnya namun *gain* yang dirancang bukan pada *operating point*. Berikut nilai *gain* yang didapatkan dari program yang sudah dirancang di *m-file* Matlab.

$$\begin{aligned} K_{roll} &= [4,1040 \quad -0,2975] \\ K_{pitch} &= [4,1040 \quad -0,2975] \\ K_{yaw} &= [4,1040 \quad -0,2977] \end{aligned} \tag{4.1}$$

Sebelum pengujian pada titik ekuilibrium, maka diuji coba masukan nilai *step* untuk sudut sebesar 0,5 rad untuk melihat nilai *time constant* yang diinginkan. Jika sudut yang diinginkan sekitar 0,5 rad, maka *time constant* berada di detik ke 0,0167 dari nilai Y(sudut) 0,316 rad. Berdasarkan hasil uji nilai *step* untuk sudut *roll* dan *pitch* sudut 0,316 radian berada di detik ke 0,0722, disini respon melambat sekitar 0,055 detik dengan *error steady state* 0%, sedangkan untuk *yaw* sudut 0,316 radian berada didetaik ke 0,07508, sehingga respon melambat sekitar 0,05838 detik. Dapat dilihat pada gambar diatas menunjukkan respon *roll* dan *pitch* mencapai nilai *steady state* secepat mungkin. Respon *roll* dan *pitch* sama karena karakteristik gerakan *roll* dan *pitch* sama. Respon *output* dengan sinyal uji *step* dapat dilihat pada Gambar 4.1, Gambar 4.2 maupun Gambar 4.3.

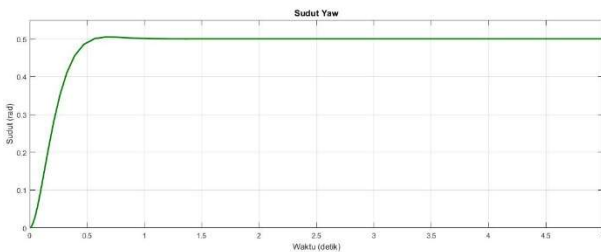


Gambar 4. 1 Sudut *Roll* dengan Sinyal Uji *Step*



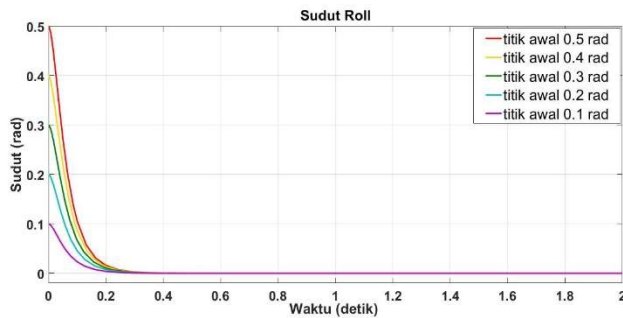
Gambar 4. 2 Sudut *Pitch* dengan Sinyal Uji *Step*

Jika diperhatikan dengan respon *yaw* hampir sama dengan *roll* maupun *pitch*, namun ada sedikit perbedaan pada *rise time*.

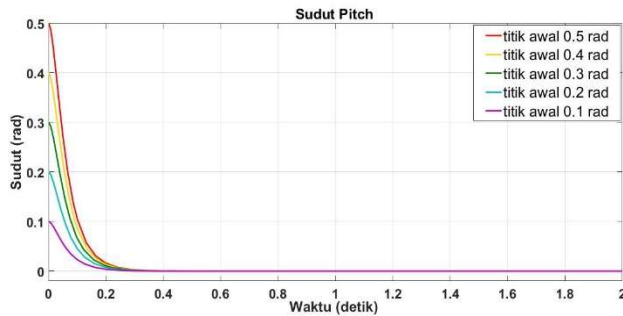


Gambar 4. 3 Sudut *Yaw* dengan Sinyal Uji *Step*

Selanjutnya pengujian kestabilan sudut diuji dengan berbagai kondisi awal untuk melihat apakah kontroler bisa mengembalikan sudut kembali ke titik ekuilibriumnya atau stabil. Untuk melakukan *tracking* pada jalur tertentu tentunya sudut UAV harus dikembalikan ke titik ekuilibriumnya yaitu 0 radian . Pada perancangan awal dipilih nilai $\alpha = 60$ sehingga memiliki *time constant* 0,0167. Harapannya, dengan berbagai kondisi awal yang diuji, respon secepatnya kembali ke titik ekuilibriumnya, dikarenakan pada perancangan ini aktuator diabaikan dan sinyal kontrol langsung diberikan kepada *plant*. Respon kembali ke titik ekuilibriumnya pada detik 0,35 apabila nilai titik awal nya berada pada 0,5 radian untuk sudut *roll*, *pitch* maupun *yaw* . Pada hal ini, perancangan kontroler *state feedback* sudah memberikan performa yang baik untuk stabilisasi sudut *roll*, *pitch* maupun *yaw*. Respon *output* dapat dilihat pada Gambar 4.1, 4.2 maupun 4.3.

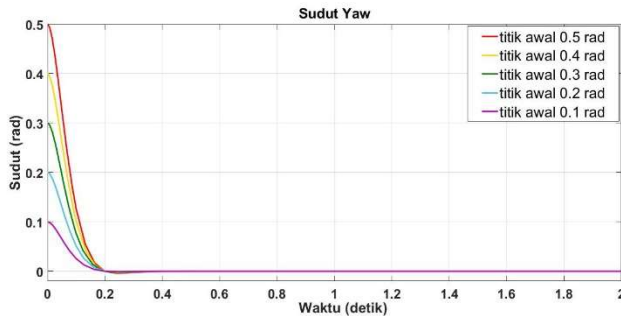


Gambar 4. 4 Respon *Roll* terhadap *Initial Condition* yang Berbeda



Gambar 4. 5 Respon *Pitch* terhadap *Initial Condition* yang Berbeda

Jika diperhatikan dari respon, maka nilai titik awal sudut akan kembali ke titik ekuilibriumnya dengan waktu yang berbeda-beda. Semakin besar nilai titik awal sudut diberikan, semakin lama waktu untuk kembali ke titik ekuilibriumnya. Misalnya *Trirotor* melakukan gerak *roll* dengan sudut sebesar 0,5 radian atau 28,64°, hal ini sangat berpengaruh terhadap posisi *Trirotor* karena kemiringan yang diberikan termasuk besar apabila dibandingkan dengan besarnya fisik dari *Trirotor* sendiri. Maka dengan nilai *gain state feedback* yang diberikan, pada detik ke 0,35 *Trirotor* akan kembali ke posisi keseimbangan. Jika titik awal sudut sekitar 1 radian atau 57,29°, maka dibutuhkan waktu sekitar 0,7 detik agar posisi kembali ke titik keseimbangan. Dengan waktu yang begitu singkat, *Trirotor* mampu kembali ke titik keseimbangannya. Besarnya sudut yang diberikan oleh pergerakan *roll*, *pitch* maupun *yaw* akan mempengaruhi posisi serta ketahanan fisik dari UAV sendiri. Pemakaian *gain state feedback* akan mampu memberikan performa yang baik terhadap *attitude* dari *Trirotor*.

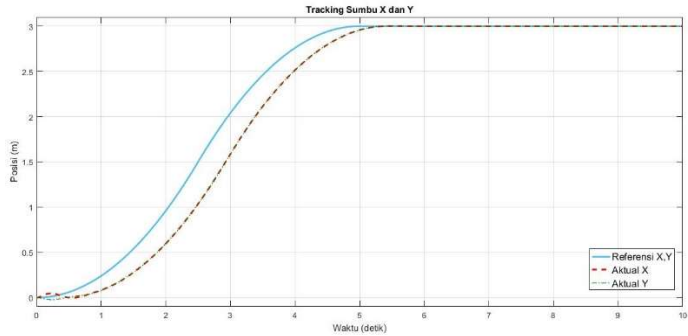


Gambar 4. 6 Respon *Yaw* terhadap *Initial Condition* yang Berbeda

4.2 Pengujian *Tracking Sumbu X dan Y*

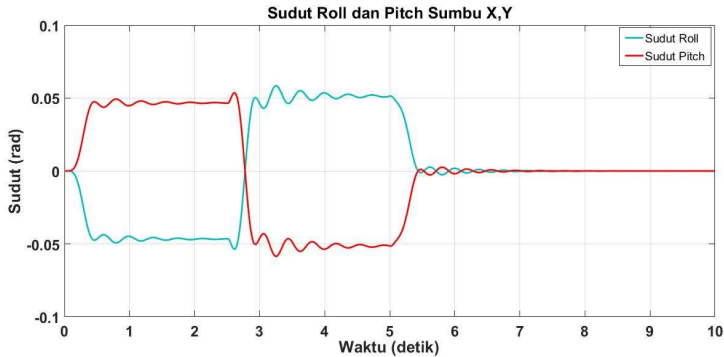
Setelah stabilisasi sudut ϕ , θ dan ψ tercapai, maka dapat diterapkan kontrol *tracking* pada *Trirotor*. Perancangan Kontroler LQT terlebih dahulu digunakan untuk merepresentasikan *tracking* posisi X dan Y. Posisi *tracking* X dan Y direpresentasikan oleh kurva *S-Shape*, di mana pada saat terjadi gangguan dari berbagai arah *Trirotor* mampu mempertahankan posisi di lintasan yang diinginkan. Dengan penerapan kontrol tersebut *Trirotor* diharapkan mampu terbang dan bergerak mengikuti lintasan *tracking* yang diinginkan. Seperti pada subbab 3.2.2 sudah dijelaskan perancangan kontroler terhadap Sumbu X dan Y, dengan

nilai $R = [0,1 \ 0; 0 \ 0,1]$ dan $Q = [1000 \ 0; 0 \ 1000]$. Respon dapat dilihat pada Gambar 4.7.



Gambar 4. 7 Tracking Sumbu X dan Y

Berdasarkan respon yang didapat, posisi X dan Y sudah bisa mencapai sinyal referensi, namun masih terdapat pergeseran pada *slope* kurva. Kontroler yang dijalankan bergantung pada nilai R yang bisa mengikuti kemiringan kurva. Namun, pada *tracking* sumbu X dan Y, nilai R memiliki batas yang mampu memberikan sudut referensi pada dinamika rotasi. Sudut yang dihasilkan dari referensi *roll* dan *pitch* dapat dilihat pada Gambar 4.8.



Gambar 4. 8 Sudut Roll dan Sudut Pitch

Berdasarkan *trial error* pada beberapa nilai R, dapat disimpulkan bahwa semakin besar nilai R yang diberikan, maka *slope* yang dihasilkan

semakin menjauh dari sinyal referensi dikarenakan pengaruh sudut *roll* dan *pitch* yang semakin berkurang. Semakin kecil nilai R yang diberikan memberikan pengaruh besar pada sudut *roll* dan *pitch* sehingga sumbu X dan Y mampu mengikuti sinyal referensi sebaik mungkin. Namun pada R tertentu, maka gerakan sudut *roll* dan *pitch* memiliki batas yang bisa menggerakkan *Trirotor*.

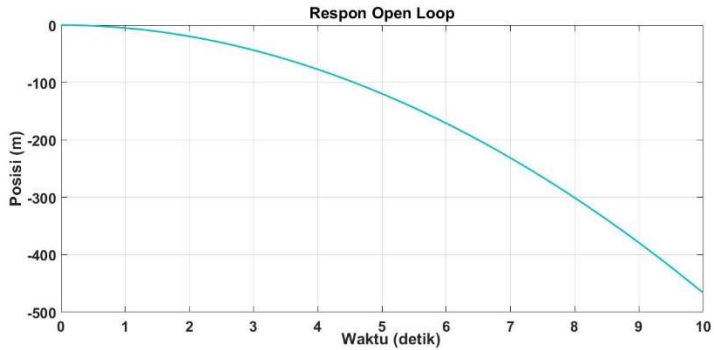
Pada sudut *roll*, nilai yang dihasilkan untuk mengangkat kurva muncul pada sekitar detik ke 0,1 yang menggerakkan *Trirotor* hingga pada detik ke 3 dengan kemiringan tertentu. Pada detik ketiga sinyal *roll* menuju posisi negatif dan memberikan *Trirotor* posisi yang semakin miring karena akan menuju posisi yang diinginkan. Ketika sudut *roll* yang muncul pada titik 0 radian, maka gerakan X dan Y mencapai kestabilan yang diinginkan. Pada sudut *pitch* juga melakukan gerakan yang sama, karena *roll* dan *pitch* yang diperoleh sebelumnya pada Subbab 3.2.2 memiliki karakteristik invers sinus dan cosinus. Nilai posisi X dan Y yang diperoleh sama, karena karakteristik, pengaruh sudut yang dimiliki sama.

4.3 Tracking Sumbu Z

Pada pengujian *tracking* Sumbu Z yaitu pokok permasalahan tugas akhir ini berupa lepas landas dan pendaratan vertikal. *Tracking* ini dipaksakan agar *Trirotor* mampu mengikuti sinyal referensi dengan *altitude* atau ketinggian tertentu. Akan dilakukan dua pengujian yaitu lepas landas dan pendaratan *Trirotor*.

4.3.1 Pengujian Lepas Landas Sumbu Z

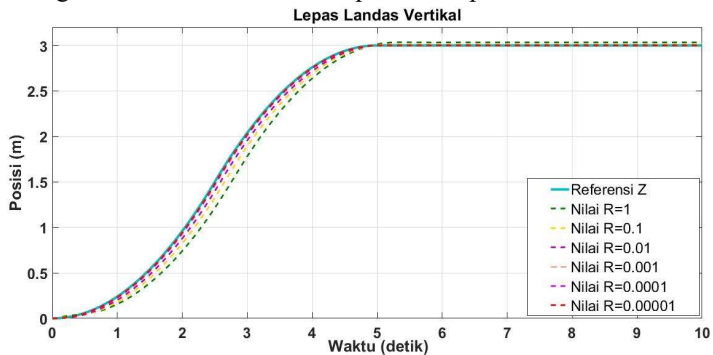
Sebelum pengujian sumbu Z yang sudah dipasang kontroler, maka akan diuji secara *open loop*. Respon *open loop* dapat dilihat pada Gambar 4.9.



Gambar 4. 9 Respon *Open Loop* Sumbu-Z

Dapat dilihat bahwa *Trirotor* belum adanya daya angkat, sehingga jatuh ke bawah pada titik operasi tertentu. Harapannya, dengan kontroler yang dirancang, maka *Trirotor* memiliki *attitude* maupun *altitude* yang diinginkan.

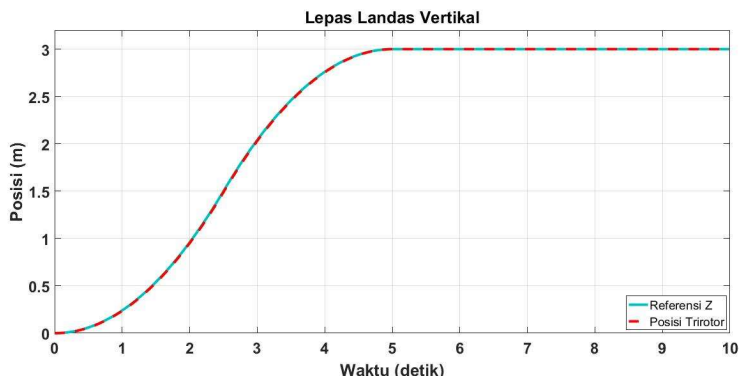
Berdasarkan Subbab 3.2.3 sudah dirancang kontroler LQT dengan bobot $Q=[1000]$ dan R yang dipilih berbeda beda. Semakin mengecil nilai R , maka posisi *Trirotor* semakin mendekati *slope* kurva S . Uji coba lepas landas dengan nilai R berbeda-beda dapat dilihat pada Gambar 4.8.



Gambar 4. 10 Lepas Landas dengan Variasi Nilai R

Dapat dilihat dari gambar bahwa pemilihan nilai R sangat berpengaruh pada posisi *Trirotor* terhadap sinyal referensi. Pemilihan $R=1$ dan $0,1$ memberikan keterlambatan pada saat proses lepas landas serta

posisi yang melebihi ketinggian yang diinginkan. Saat diberikan nilai R yang semakin mengecil, maka sinyal kontrol yang diberikan semakin menyerupai sinyal referensi, dan memberikan kemiringan yang sama dengan kurva S . Dengan nilai $R=0,00001$ masih belum memberikan *output* yang sama dengan sinyal referensi. Sehingga, nilai R semakin diperkecil hingga $0,0000001$. Berikut Gambar 4.9 menunjukkan respon *output* yang diberikan dengan $R=0,000001$.

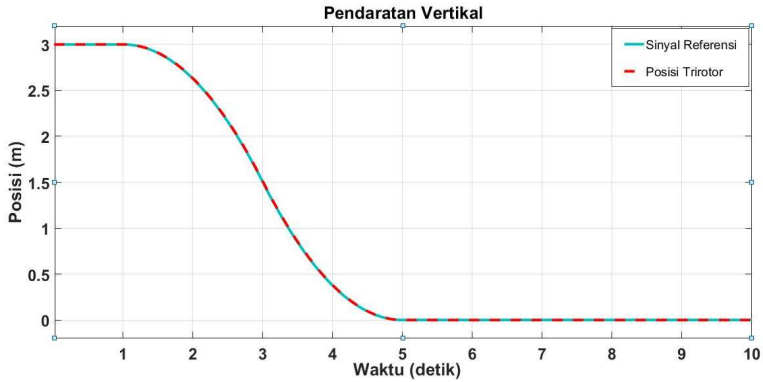


Gambar 4. 11 Lepas Landas Vertikal dengan Nilai R terkecil

Dapat dilihat dari gambar bahwa proses lepas landas diinginkan 5 detik, pada detik ke 5 posisi *Triotor* tepat pada ketinggian 3 m serta melakukan *hover* hingga detik ke 10. Dengan pemilihan $R=0,0000001$, maka posisi *Triotor* sudah mampu mengikuti sinyal referensi dengan sebaik mungkin. Namun apabila di perhatikan dengan seksama masih terdapat *error* antara sinyal referensi dengan aktual dengan RMSE sebesar $0,0000267042$. *Error* yang sangat kecil sudah mampu merepresentasikan sinyal referensi dengan baik saat lepas landas.

4.3.2 Pengujian Pendaratan Vertikal Sumbu Z

Pada proses pendaratan seperti yang sudah dijelaskan pada Subbab 3.2.3 mengenai kurva yang akan diuji pada pendaratan. Nilai R yang dipilih mengikuti nilai R terbaik pada saat lepas landas yaitu $0,0000001$ dengan nilai $Q=[1000]$. Proses pendaratan dapat dilihat pada Gambar 4.12 di bawah.

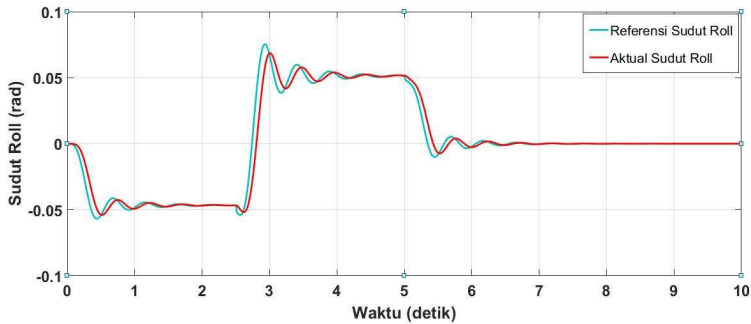


Gambar 4. 12 Pendaratan Vertikal

Proses pendaratan diamati hingga detik ke 10, di mana proses pendaratan selama 5 detik awal. Dari proses *hover* yang didesain hanya selama 1 detik kemudian ada sekitar 4 detik sebelum *Trirotor* menuju landasan. Dengan nilai R dan Q yang sudah ditentukan, maka posisi *Trirotor* dapat mengikuti nilai referensi dengan setepat dan sebaik mungkin.

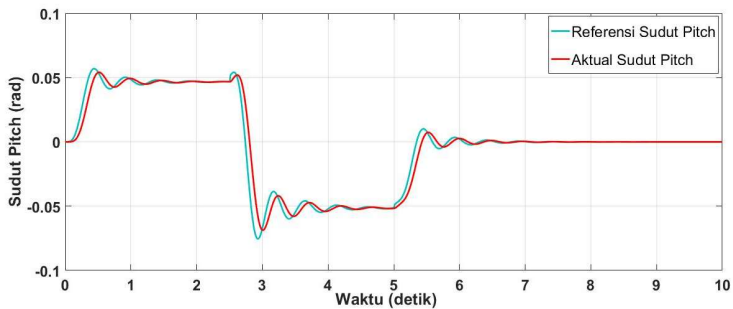
4.4 Pengujian Respon Sistem untuk Gerak Rotasi tanpa Gangguan

Hasil pengujian gerak rotasi pada sudut *roll* dan *pitch* saat dilakukan *tracking* terhadap sumbu X dan Y terdapat pada Gambar 4.13 dan Gambar 4.14. Nilai referensi yang didapat merupakan nilai dari invers cosinus dan sinus yang diperoleh dari model translasi sumbu X dan Y.



Gambar 4. 13 Sudut *Roll* Tanpa Gangguan

Referensi sudut *roll* yang diperoleh saat *Trirotor* dianggap tanpa gangguan, maka hampir sama dengan nilai aktual yang keluar untuk melakukan gerak translasi terhadap sumbu X dan Y. Hal ini bisa membuktikan perancangan matematis dan analisa dari pemodelan secara teoritis sudah benar. Pada perancangan, nilai *yaw* dianggap nol terhadap gerakan karena sudut *yaw* sendiri tidak mempengaruhi gaya *thrust*.



Gambar 4. 14 Sudut *Pitch* Tanpa Gangguan

Berdasarkan grafik diatas dapat dilihat bahwa sudut *roll* atau *pitch* dapat mengikuti referensi *roll* atau *pitch* yang didapatkan dari output kontroler U_x dan U_y pada saat melakukan *tracking*. Namun, masih terdapat eror dengan RMSE sebesar 0,000047507 radian untuk sudut *roll* dan 0,000047514 radian untuk sudut *pitch*. Sudut referensi yang di

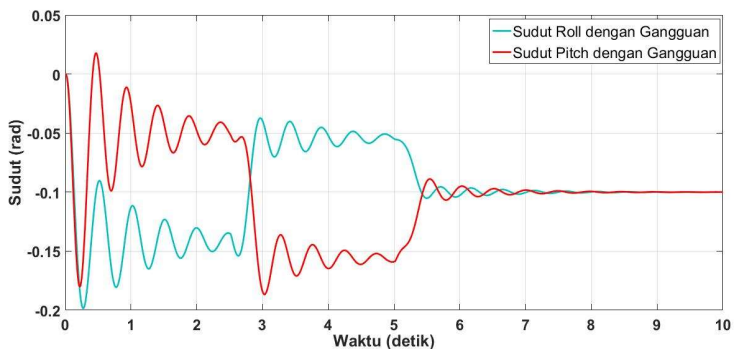
hasilkan dari gerak translasi, akan dikontrol oleh *gain state feedback*. Ini artinya, jika tanpa gangguan pada *plant* maka posisi *Trirotor* dapat bergerak dengan nilai sudut- sudut yang diinginkan.

4.5 Pengujian VTOL dengan Gangguan

Untuk menguji ketahanan sistem dari *Trirotor*, maka ditambahkan gangguan pada sistem untuk melihat kinerja sinyal kontrol yang sudah dirancang. Gangguan disini terdiri dari 2 jenis yaitu gangguan terhadap *plant* serta gangguan terhadap pengukuran.

4.5.1 Gangguan Terhadap *Plant*

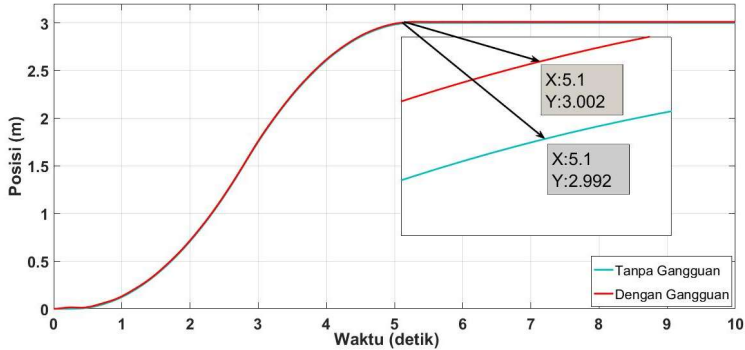
Gangguan terhadap *plant* berupa adanya penambahan kecepatan angin dari pada arah sumbu X dan Y, dalam hal ini hanya penambahan konstanta pada input *plant* yang dimisalkan kecepatan angin dari udara bebas. Gangguan kecepatan angin dimisalkan dengan nilai konstanta 0,1, dikarenakan nilai ini merupakan batas normal yang bisa diberikan batas *Trirotor*. Penambahan konstanta pada *plant* memberikan efek gangguan pada sudut *roll* dan *pitch* dan akan mempengaruhi kecepatan *Trirotor*. Kecepatan yang terganggu pada nilai tertentu, memberikan efek pergeseran terhadap lepas landas maupun pendaratan vertikal.



Gambar 4. 15 Sudut *Roll* dan Sudut *Pitch* dengan Gangguan

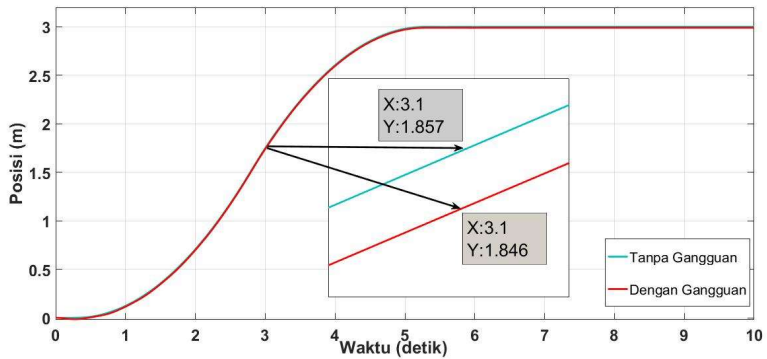
Dapat dilihat gerakan nilai sudut *roll* dan *pitch* yang berosilasi karena besarnya gaya angin yang diberikan pada *plant*. Pada batas tertentu, maka kecepatan *Trirotor* masih mampu menahan gangguan.

Berikut dapat dilihat *tracking* saat diberikan gangguan pada arah Sumbu X dan Y.



Gambar 4. 16 Sumbu X dengan Gangguan

Terlihat adanya pergeseran kurva dari nilai yang diinginkan, ketinggian yang sedikit melebihi sinyal referensi. Pergeseran yang disebabkan adanya *disturbance* sangat kecil. Adanya batasan fisik pada *Trirotor* untuk mampu menahan gangguan berdasarkan ketinggian tertentu. Semisal ketinggian 3m namun konstanta gangguan yang diberikan besar, maka *Trirotor* tidak stabil. Sedangkan, jika ketinggian ditambahkan dengan konstanta gangguan angin yang sama, maka *Trirotor* bisa berjalan dengan stabil. Secara umum apabila ada gangguan, dengan kontroler yang sudah dirancang *Trirotor* masih mampu mengikuti lintasan sinyal referensi yang dibentuk.

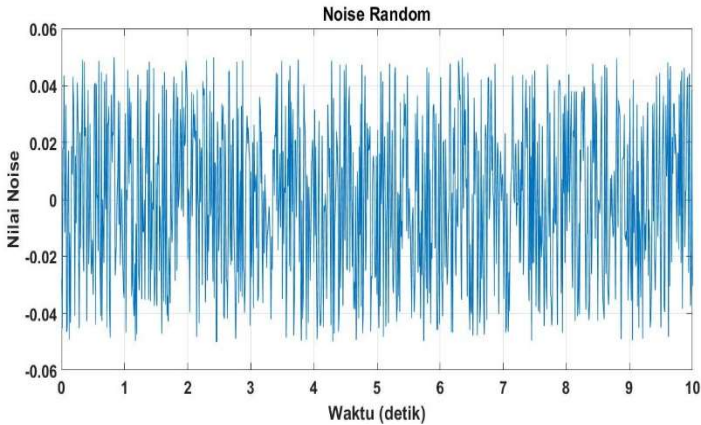


Gambar 4. 17 Sumbu Y dengan Gangguan

Pada saat melakukan *tracking* terdapat *error* yang kecil, namun *Trirotor* masih mampu mengikuti sinyal referensi dengan baik. Error yang didapat direpresentasi dalam bentuk RMSE dari sinyal tanpa *noise* sebesar 0,016426 untuk gangguan pada arah sumbu X dan 0,008468 pada arah sumbu Y.

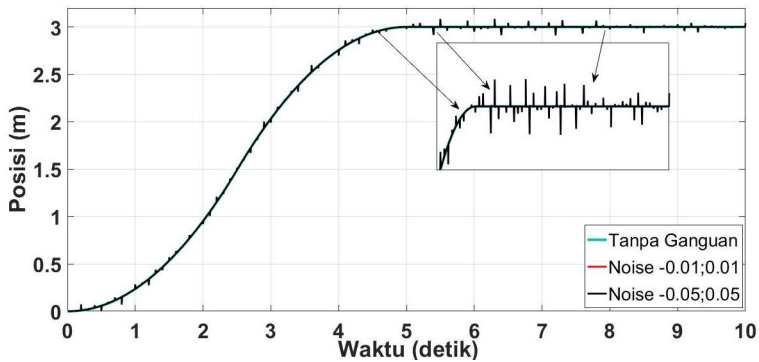
4.5.2 Gangguan Terhadap Pengukuran

Gangguan terhadap pengukuran berupa nilai *random* dengan nilai maksimum 0,05 dan 0,01, sedangkan nilai minimum yang diberikan adalah -0,05 dan -0,01. Gangguan pada pengukuran di berikan pada *output* sumbu Z diibaratkan adanya kecepatan angin yang mengganggu kecepatan *Trirotor* pada saat proses lepas landas dan pendaratan vertikal. *Noise* yang diberikan mulai detik ke 0 sampai detik ke 10.



Gambar 4. 18 *Noise Random* dengan *Sampling* 0.1

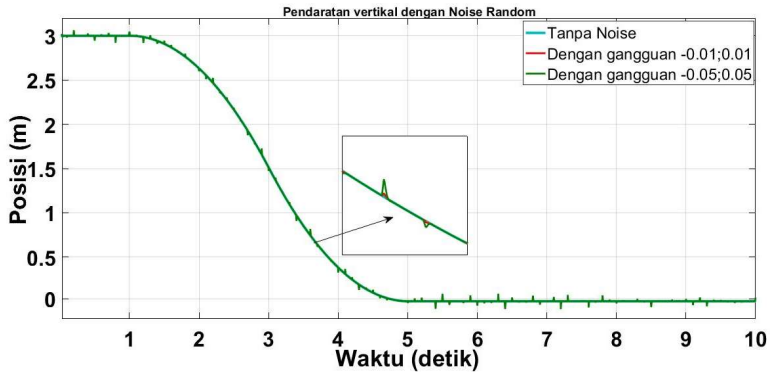
Gambar diatas merupakan bentuk noise yang diberikan dengan *time sampling* 0,01. Setelah pengujian, maka didapatkan proses lepas landas dengan gangguan yang sangat besar namun tetap mampu mengikuti sinyal referensi. Oleh karena itu, nilai *sampling noise* yang dipilih 0.1. Dapat dilihat proses lepas landas dengan *noise random* pada Gambar 4.19



Gambar 4. 19 Lepas Landas dengan *Noise Random*

Jika nilai maksimum 0,01 dan nilai minimum -0,01 memberikan gangguan yang lebih kecil dibandingkan dengan nilai maksimum 0,05

dan nilai minimum $-0,05$. Adanya gangguan masih dapat mengikuti sinyal referensi, namun adanya kendala-kendala sehingga *Trirotor* tidak dapat terbang secara mulus. Begitu juga dengan sinyal referensi pada pendaratan secara vertikal. Pendaratan dengan *Noise random* dapat dilihat pada gambar dibawah



Gambar 4. 20 Pendaratan Vertikal dengan *Noise Random*

Gangguan yang diberikan dengan nilai yang lebih besar menyebabkan *Trirotor* tidak dapat melakukan pendaratan dengan baik untuk mencapai landasan dengan mulus. Terdapat gesekan antara badan *Trirotor* dengan landasan. Hal ini bisa menyebabkan kerusakan pada fisik jika gangguan yang terjadi semakin besar. Namun, dengan kontroler yang dirancang sudah mampu melakukan *tracking* dengan baik.

Halaman ini sengaja dikosongkan

BAB 5

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Metode *Linear Quadratic Tracking* (LQT) bekerja dengan baik untuk mengendalikan *Trirotor* mengikuti lintasan sinyal referensi yang diinginkan saat proses lepas landas maupun pendaratan vertikal. Tetapi

dengan pemilihan nilai R yang seminimal mungkin masih terdapat nilai eror pada saat proses lepas landas maupun pendaratan vertikal dengan nilai RMSE sebesar 0,0000267042 dengan penyimpangan sebesar 0,001 m.

5.2 Saran

Pemodelan dan pemahaman mengenai *Trirotor* akan membantu untuk perancangan sistem yang lebih baik, model matematika serta parameter yang lebih akurat. Penggunaan metode LQT perlu *trial error* yang lebih akurat agar meminimalkan eror seminimal mungkin.

Halaman ini sengaja dikosongkan

DAFTAR PUSTAKA

- [1] R. Kurniawan, Perancangan Kontrol Non Linier Sliding Mode untuk Menjaga Posisi Ketinggian Hover pada UAV Tricopter, Surabaya: *Tesis*, Teknik Elektro, Institut Teknologi Sepuluh Surabaya, 2013.
- [2] W. y. Dong, D. O. Hyon and Y. W. Dae, "Dynamic Modelling And Stabilization Techniques for *Trirotor* UAV," *IJASS*, vol. 11, no. 3, pp. 167-174, 2010.
- [3] K. K. ., D. Samir Zeglache, "Fault Tolerant Control Based on Interval Type-2 Fuzzy Sliding Mode Controller for Coaxial *Trirotor* Aircraft," *Elsevier*, vol. 59, pp. 215-231, 2015.
- [4] K.Ogata, *Modern Control Engineering 3 th edition*, Minnesota: Prentice-Hall International, 1997.
- [5] F. L. Lewis and V. L. Syrmos, *Optimal Control Second Edition*, Toronto: A Wiley-Interscience Publication, 1995.
- [6] R. R. D. T.Chai, "Root Mean Square Error or Mean Absolute Error?Argument against Avoiding RMSE in The Literature," *Geosci.Model Dev*, vol. 7, pp. 1247-1250, 2014.

Halaman ini sengaja dikosongkan

LAMPIRAN

A.1 Persamaan Sistem

Persamaan sistem diperoleh dengan menggunakan hukum ke-dua Newton baik untuk gerak translasi maupun rotasi. Secara umum dinamika translasi diturunkan dari persamaan berikut.

$$m \frac{dV_g}{dt_i} = f \quad 1.1$$

di mana m merupakan massa *Trirotor*, V_g adalah vektor kecepatan kendaraan pada tiga sumbu $(u, v, w)^T$, $\frac{d}{dt_i}$ adalah turunan (*derivative*) pada *earth frame* sedangkan f adalah total gaya luar pada kendaraan. Karena semua gaya yang bekerja pada kendaraan akan lebih mudah jika analisa pada *body frame*. Persamaan (1.1) akan dibawa ke *body frame* dengan menggunakan persamaan berikut.

$$\frac{dV_g}{dt_i} = \frac{dV_g}{dt_b} + \omega_{b/i} \times V_g \quad 1.2$$

Subtitusikan Persamaan (1.2) ke Persamaan (1.1) diperoleh dinamika translasi pada *body frame*.

$$\frac{dV_g}{dt_i} = -\omega_b \times V_g + \frac{1}{m} f \quad 1.3$$

di mana

$$\frac{dV_g}{dt_i} = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix}, \omega_{b/i} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \quad 1.4$$

Persamaan (1.4) dapat ditulis ulang menjadi Persamaan (1.5)

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \quad 1.5$$

Pada dinamika *Coaxial Trirotor*, gaya yang dihasilkan oleh keenam rotor selalu searah sumbu-z *body frame*, sehingga gaya keenam rotor pada sumbu yang lain sama dengan nol. Pada dinamika *fixed-wing*, gaya aerodinamis (sayap) berpengaruh pada setiap sumbu, sedangkan *propeller* hanya berpengaruh pada sumbu-x *body frame*. Selain gaya-gaya tersebut juga terdapat gaya gravitasi yang berpengaruh, dimana setelah ditransformasikan pada *body frame* didapatkan Persamaan (1.6).

$$f_g = \begin{pmatrix} -mg \sin \theta \\ mg \cos \theta \sin \phi \\ mg \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} \quad 1.6$$

Dinamika rotasi juga diturunkan dari hukum ke dua Newton sebagai berikut.

$$\frac{dh}{dt_i} = m \quad 1.7$$

di mana h adalah vektor momentum sudut dan m adalah total semua momen yang bekerja dari luar, $(m, l, n)^T$. Mirip dengan penurunan dinamika tranlasi, dinamika rotasi dibawa ke *body frame* seperti persamaan dibawah.

$$\frac{dh}{dt_i} = \frac{dh}{dt_b} + \omega_{b/i} \times h \quad 1.8$$

Subtitusi Persamaan (1.8) ke Persamaan (1.7) diperoleh persamaan rotasi pada *body frame*.

$$\frac{dh}{dt_i} + \omega_{b/i} \times h = m \quad 1.9$$

di mana untuk *rigid body*, momentum sudut merupakan *product* antara matriks inersia dan kecepatan sudut: $h = J_{\omega_{b/i}}$, dengan J diberikan oleh dari persaman berikut.

$$J = \begin{pmatrix} \int (y^2 + z^2) dm & -\int xy dm & -\int xz dm \\ -\int xy dm & \int (x^2 + z^2) dm & -\int yz dm \\ -\int xz dm & -\int yz dm & \int (x^2 + y^2) dm \end{pmatrix} \quad 1.10$$

$$\triangleq \begin{pmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{pmatrix}$$

Persamaan (1.9) dapat ditulis sebagai ekspresi dari percepatan sudut sebagai berikut.

$$J \frac{d\omega_{b/i}}{dt_b} + \omega_{b/i} \times h = m \Leftrightarrow \omega_{\frac{b}{i}} = J^{-1}[-\omega_{\frac{b}{i}} \times (J\omega_{\frac{b}{i}}) + m] \quad 1.11$$

Karena *Trirotor* yang di teliti adalah simetris pada sumbu x, y maupun z, sehingga mengakibatkan matrik inersia menjadi.

$$J = \begin{pmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \quad 1.12$$

Dengan asumsi ini maka didapatkan invers J kemudian di substitusi ke Persamaan (1.5), kemudian didapatkan model matematika rotasi seperti pada Subbab 2.3. Pada *Coaxial Trirotor*, momen pada tiap sumbu merupakan akibat dari perbedaan gaya yang dihasilkan oleh masing-masing rotor.

A.2 Dinamika *Trirotor*

Pada *body frame*, gaya yang dihasilkan oleh ke-enam rotor hanya pada arah sumbu-z. Selain gaya yang dihasilkan oleh rotor-rotor tersebut, ada gaya *drag* yang dilakukan pesawat yang sebanding dengan kecepatan pesawat pada masing-masing sumbu. Dengan menyertakan gaya akibat oleh gravitasi, didapatkan dinamika translasi dari *Coaxial Trirotor*.

$$\dot{u} = rv - qw + \frac{1}{m} \{(-mg \sin \theta) - K_{ftx}u\} \quad 1.13$$

$$\dot{v} = ru - pw + \frac{1}{m} \{(mg \cos \theta \sin \phi) - K_{fty}v\} \quad 1.14$$

$$\dot{w} = qu - pv + \frac{1}{m} \{(mg \cos \theta \cos \phi) - K_{ftz}v\} \quad 1.15$$

Di mana $K_{ftx}, K_{fty}, K_{ftz}$ adalah koefisien *drag* pada sumbu x, y dan z. Sedangkan U_1 merupakan jumlahan gaya yang dihasilkan oleh ke enam rotor, $\sum_{i=1}^6 f_i$. Di mana $f_i = K_p \omega_i$, K_p adalah faktor dorong sedangkan ω_i adalah kecepatan sudut rotor.

Pada dinamika rotasi, momen gaya menggunakan $(U_2, U_3, U_4)^T$ secara berurutan adalah momen *rolling*, *pitching* maupun *yawing*. Pada dinamika rotasi, mirip dengan translasi, ada momen yang arahnya berlawanan arah dengan arah rotasi pesawat yang mana besarnya sebanding dengan kuadrat dari percepatan masing-masing sumbu, atau disebut momen friksi atau gesek. Sehingga didapat model matematis rotasi.

A.3 Linierisasi Coaxial Trirotor

Dari Persamaan (3.3) dan Persamaan (3.4) pada Subbab (3.1), kemudian dibawa kedalam bentuk *state* dengan melakukan *linierisasi* bukan pada *operating point*-nya. Hubungan *linier* translasi adalah

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \ddot{X} \\ \dot{Y} \\ \ddot{Y} \\ \dot{Z} \\ \ddot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{1}{m}(\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi)U_1 - k_{ftx}\dot{x} \\ x_4 \\ \frac{1}{m}(\cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi)U_1 - k_{fity}\dot{y} \\ x_6 \\ \frac{1}{m}((\cos \phi \cos \theta)U_1 - k_{ftz}\dot{z}) - g \end{bmatrix} \quad 1.16$$

Di mana $x_1 = x; x_2 = \dot{x}; x_3 = y; x_4 = \dot{y}; x_5 = \ddot{y}; x_6 = \ddot{y}$. Maka matrik A dan B untuk translasi didapat sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [U_1] \quad 1.17$$

$$a_{11} = \frac{\partial}{\partial \dot{x}} \left(\frac{1}{m} ((\cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \phi)U_1 - k_{ftx}\dot{x}) \right)$$

$$a_{11} = \frac{-k_{ftx}}{m}$$

$$a_{12} = \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \left(\frac{1}{m} (\cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi)U_1 - k_{fity}\dot{y} \right)$$

$$a_{12} = \frac{-k_{fity}}{m}$$

$$a_{13} = \frac{\partial}{\partial \dot{z}} \left(\frac{1}{m} ((\cos \phi \cos \theta)U_1 - k_{ftz}\dot{z}) - g \right)$$

$$a_{13} = \frac{-k_{ftz}}{m}$$

Sedangkan hubungan linier rotasi adalah

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \\ \dot{x}_{10} \\ \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_8 \\ \frac{1}{I_x} (qr(I_y - I_z) + U_2 - k_{fax}p^2) \\ x_{10} \\ \frac{1}{I_y} (pr(I_z - I_x) + U_3 - k_{fay}q^2) \\ x_{12} \\ \frac{1}{I_z} (pq(I_x - I_y) + U_4 - k_{fay}r^2) \end{bmatrix} \quad 1.18$$

di mana $x_7 = \phi$; $x_8 = \dot{\phi}$; $x_9 = \theta$; $x_{10} = \dot{\theta}$; $x_{11} = \psi$; $x_{12} = \dot{\psi}$.
Maka matrik A dan B untuk translasi didapat sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} \quad 1.19$$

$$a_{21} = \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{I_x} (qr(I_y - I_z) + U_2 - k_{fax}p^2) \right)$$

$$a_{21} = \frac{-2k_{fax}}{I_x}$$

$$a_{22} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{I_y} (pr(I_z - I_x) + U_3 - k_{fay}q^2) \right)$$

$$a_{21} = \frac{-2k_{fay}}{I_y}$$

$$a_{22} = \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{1}{I_z} (pq(I_x - I_y) + U_4 - k_{fay}r^2) \right)$$

$$a_{21} = \frac{-2k_{faz}}{I_z}$$

$$b_{11} = \frac{\partial}{\partial u_2} \left(\frac{1}{I_x} (qr(I_y - I_z) + U_2 - k_{fax}p^2) \right)$$

$$b_{11} = \frac{1}{I_x}$$

$$b_{12} = \frac{\partial}{\partial u_3} \left(\frac{1}{I_y} (pr(I_z - I_x) + U_3 - k_{fay}q^2) \right)$$

$$b_{12} = \frac{1}{I_y}$$

$$b_{13} = \frac{\partial}{\partial u_3} \left(\frac{1}{I_z} (pq(I_x - I_y) + U_4 - k_{fay}r^2) \right)$$

$$b_{12} = \frac{1}{I_z}$$

B.1 Program Kontrol Stabilisasi *Trirotor*

```
clear;clc;
%roll dot=p;
%p dot= -alpha*p+U2B*alpha
alpha=60;
alpha1=60;
Ix=0.0038;%kgm^2
Iy=0.0038;%kgm^2
Iz=0.0077;%kgm^2
m=1.2;%Kg
Kfax=0.0005567;%(N/rad/s)
Kfay=0.0005567;%(N/rad/s)
Kfaz=0.0006543;%(N/rad/s)

% % %sudut roll dan pitch
A=[0 1;0 -alpha];%matrik linearisasi A
B=[0;alpha];%matrik linearisasi B
J=[(1/3)*alpha+2 alpha+2];%pole yang diinginkan,pole
1<(1/3)*alpha
K=acker(A,B,J)%mencari gain state feedback

%%matrik state roll dan pitch dari plant Trirotor
A1=[0 1;0 -526.3158*Kfax];%[0 1;-2*Kfax/Ix] dan [0 1;-
2*Kfay/Iy]
B1=[0;263.1579];%[0;1/Iy] dan [0;1/Ix]
J1=[(1/3)*alpha-2 alpha];%pole yang diinginkan,pole
1<(1/3)*alpha
K1=acker(A1,B1,J1)%mencari gain state feedback

%%matrik state yaw dari plant Trirotor
A2=[0 1;0 -259.7403*Kfaz];%[0 1;-2*Kfaz/Iz]
B2=[0;129.87];%[0; 1/Iz]
J2=[(1/3)*alpha1-2 alpha1];%pole yang diinginkan,pole
1<(1/3)*alpha
K2=acker(A2,B2,J2)%mencari gain state feedback
```

B.2 Program Kontrol *Tracking* X, Y dan VTOL *Trirotor*

```

m=1.2;%Kg
Kftx=0.0005567;%(N/m/s)
Kfty=0.0005567;%(N/m/s)
Kftz=0.0006543;%(N/m/s)

% %LQT sumbu X
A=[0 1; 0 -0.8333*Kftx];% dari matrik [0 1; 0 -Kftx/m]
B=[0 1]';%dari matrik[0;1] dari sinyal Ux
C=[1 0];
Qx=1000;
Rx=0.1;

%Perhitungan Riccati Sumbu X
[S,o,m,n]=care(A,B,C'*Qx*C,Rx);
k = inv(Rx)*B'*S
w = C'*Qx;
AB =(A-(B*k))';
ABT = AB';
RB=inv(Rx)*B';

% %LQT sumbu Y
A1=[0 1; 0 -0.8333*Kfty];% dari matrik [0 1; 0 -Kfty/m]
B1=[0 1]';%dari matrik[0;1] dari sinyal Uy
C1=[1 0];
Qy=1000;
Ry=0.1;

%Perhitungan Riccati Sumbu Y
% %P=ARE(A, B*inv(Ry)*B', C'*Qy*C);
[S1,o,m,n]=care(A1,B1,C1'*Qx*C1,Ry);
k1=inv(Ry)*B1'*S1
w1=C1'*Qy;
AB1=(A1-(B1*k1))';
ABT1=AB1';
RB1=inv(Ry)*B1';

```

```

%LQT sumbu Z
A2=[0 1;0 -0.833*Kftz];% dari matrik [0 1; 0 -Kftz/m]
B2=[0;1];%dari matrik[0;1] dari sinyal Uz
C2=[1 0];
Qz=1000;
Rz=0.0000001;

%Perhitungan Riccati Sumbu Z
%P=ARE(A, B*inv(Rz)*B', C'*Qz*C);
[S2,o,m,n]=care(A2,B2,C2'*Qz*C2,Rz);
k2=inv(Rz)*B2'*S2
w2=C2'*Qz;
AB2=(A2-(B2*k2))';
ABT2=AB2';
RB2=inv(Rz)*B2';

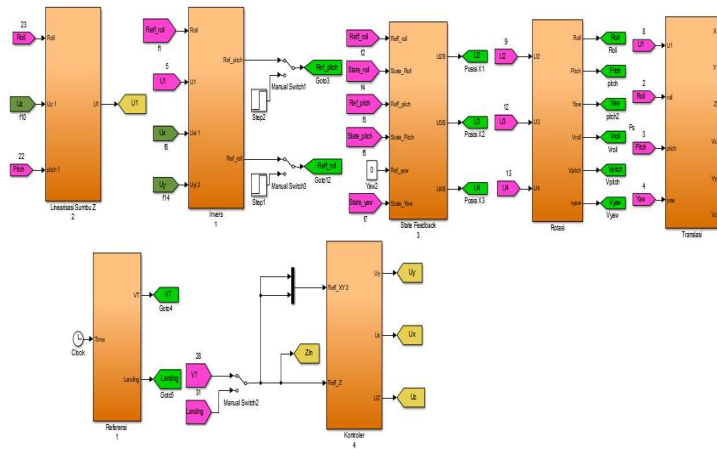
%%LQT Sumbu X dan Y
A3=[0 1 0 0;0 -0.833*Kftx 0 0;0 0 0 1;0 0 0 -0.833*Kfty];
B3=[0 1 0 0;0 0 0 1]';
C3=[1 0 0 0;0 0 1 0];
Q3=[1000 0;0 1000]
R3=[0.1 0;0 0.1];

%Perhitungan Riccati Sumbu X dan Y
%P=ARE(A, B*inv(Rz)*B', C'*Qz*C);
[S3,o,m,n]=care(A3,B3,C3'*Q3*C3,R3);
k3=inv(R3)*B3'*S3
w3=C3'*Q3;
AB3=(A3-(B3*k3))';
ABT3=AB3';
RB3=inv(R3)*B3';

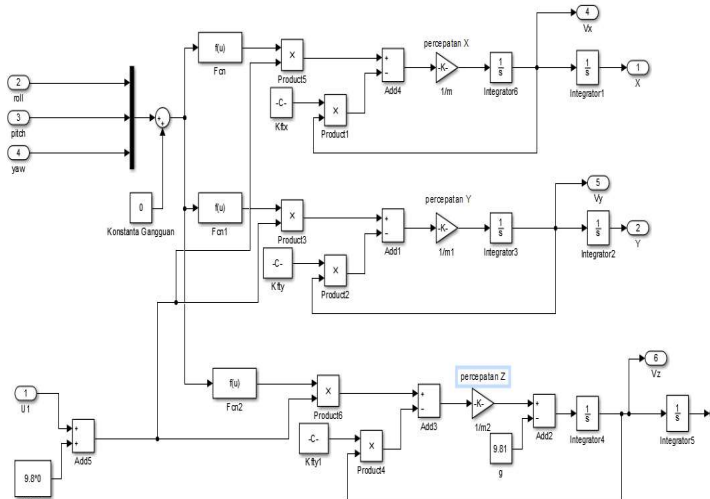
```

B.3 Blok Diagram *Simulink*

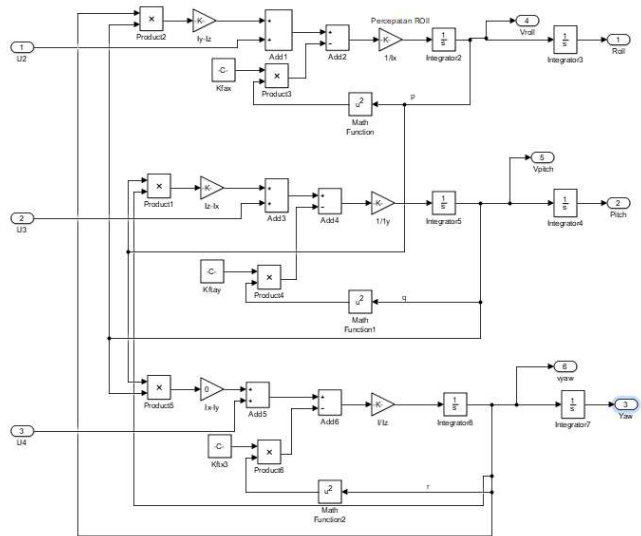
Blok Keseluruhan Sistem



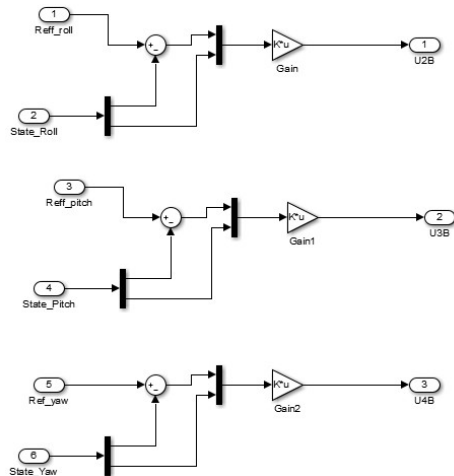
Model Dinamika Translasi Gerak *Trirotor*



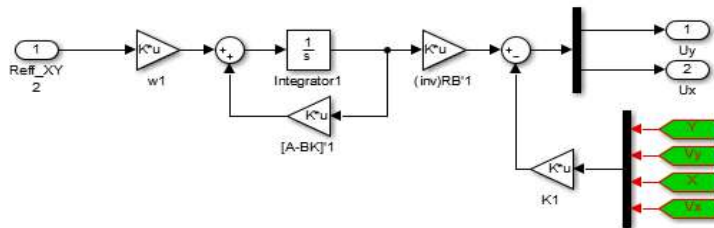
Model Dinamika Rotasi Gerak *Trirotor*



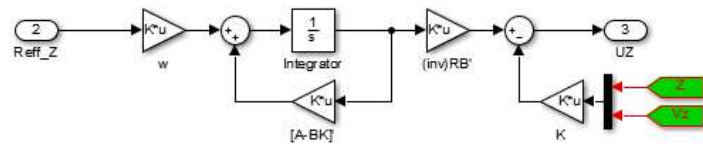
Blok Kontrol Stabilisasi



Blok Kontrol *Tracking XY*



Blok Kontrol sumbu Z VTOL



BIOGRAFI PENULIS



Penulis bernama lengkap Cut Maulidia Nanda, putri tunggal dari pasangan (Alm) Bapak T. Faisal dan Ibu Ruhama dilahirkan di Aceh, Pidie 23 September 1996. Penulis menempuh pendidikan di TK PKK Indrajaya pada tahun 2000, kemudian masuk MIN Cempala Kuneng Pekan Baro, Pidie tahun 2002. Tahun 2008 penulis melanjutkan pendidikan di Madrasah Tsanawiyah Swasta Pondok Pesantren Dayah Jeumala Amal, Pidie Jaya . Kemudian pada tahun 2014 melanjutkan ke Madrasah Aliyah Swasta di pondok pesantren yang sama.

Setelah lulus pada tahun 2014, penulis melanjutkan kuliah pada jenjang sarjana di Departemen Teknik Elektro Institut Teknologi Sepuluh Nopember pada bidang studi Teknik Sistem Pengaturan. Untuk menghubungi penulis dapat melalui *email* cutmaulidiananda@gmail.com